SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

DIRECCIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN TECNOLÓGICA
AGROPECUARIA

GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA

BACHILLERATO TECNOLOGICO

DIRECTORIO

Lic. Emilio Chauyffet Chemor
Secretario de Educación Pública

Dr. Rodolfo Tuirán Gutierrez
Subsecretario de Educación Media Superior

Ing. Ernesto Guajardo Maldonado
Director General de Educación Tecnológica Agropecuaria

Ing. Agustín Velásquez Servín
Director de Apoyo a la Operación Desconcentrada DGETA

Prof. Saúl Arellano Valadez
Director Técnico de la DGETA

Lic. Mario Holguín Cebreros
Representante de la SEMS en Sonora

C. P. Francisco Guadalupe Márquez Robles
Subdirector de la Coordinación de Enlace
Operativo DGETA Sonora

Presentación DGETA - SONORA.

La Dirección General de Educación Tecnológica Agropecuaria (DGETA) se ha conformado como un sistema integral de servicios educativos para el campo, que contribuye al desarrollo económico y social de las regiones, mediante la formación de técnicos y profesionales en diferentes disciplinas agropecuarias y la atención a la población rural en diferentes demandas de capacitación y asistencia técnica.

En nuestro Estado, la DGETA cuenta con diez planteles distribuidos a lo largo y ancho de su territorio, los que se ubican en comunidades rurales con el propósito de ofrecer una formación integral, social, humanista y tecnológica centrada en la persona, que consolide el conocimiento hacia el sector rural, fortalezca la pertenencia, fomente la mentalidad emprendedora y de liderazgo.[1]

Gracias al esfuerzo de personal docente adscrito a nuestros planteles, quienes vale decirlo, han tenido que enfrentarse a la tarea de desarrollar sus propias competencias docentes (PROFORDEMS), ha sido posible la culminación de la presente obra editorial, diseñada bajo el enfoque de competencias que exige la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS), y que permitirá con la participación activa del estudiante, el logro de mejores niveles de dominio en cualquier actividad académica, social y profesional a que se dirija en su contexto, al movilizar sus actitudes, conocimientos y habilidades.

Ponemos a disposición de todos nuestros docentes y estudiantes esta obra editorial, con la firme convicción de que al utilizarla, permita definir y consolidar el quehacer educativo, dispuestos siempre a la mejora continua con sus aportaciones.

Consejo Técnico Académico Estatal DGETA
Comité Estatal de Obra Editorial

[1] http://www.dgeta.edu.mx

En el proceso de elaboración de este material colaboraron los siguientes docentes:

Nombre	Plantel
Ing. Carmen Enríquez Ramírez	CBTa No. 26
M.E. Dulce Verónica Días López	CBTa No. 26
Ing. Francisco Manuel Moreno Calles	CBTa No. 53
Ing. Víctor Raúl Valencia Ochoa	CBTa No. 97
M.C. Adolfo García Leyva	CBTa No. 197

Edición y Enfoque Pedagógico.
Comité Estatal de Obra Editorial
DGETA-Sonora

Responsables de Impresión
Q. B. Pércida Robles Ibarra.- Responsable del Área Técnica DGETA- Sonora.

M. E. José Juan León Torres.- Presidente del Consejo Técnico Académico Estatal

Introducción

El presente material fue elaborado por docentes de distintos planteles de la DGETA en Sonora, cuyo enfoque comprende las competencias que marca la Reforma Integral de Educación Medio Superior, para el desarrollo de habilidades, conocimientos y actitudes en los estudiantes de bachillerato.

Los conocimientos programados de esta asignatura "GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA" se abordan mediante el empleo de secuencias de aprendizaje, donde se lleva al estudiante de una manera gradual a incorporar los nuevos conocimientos, desarrollo de sus habilidades y restructuración de sus actitudes.

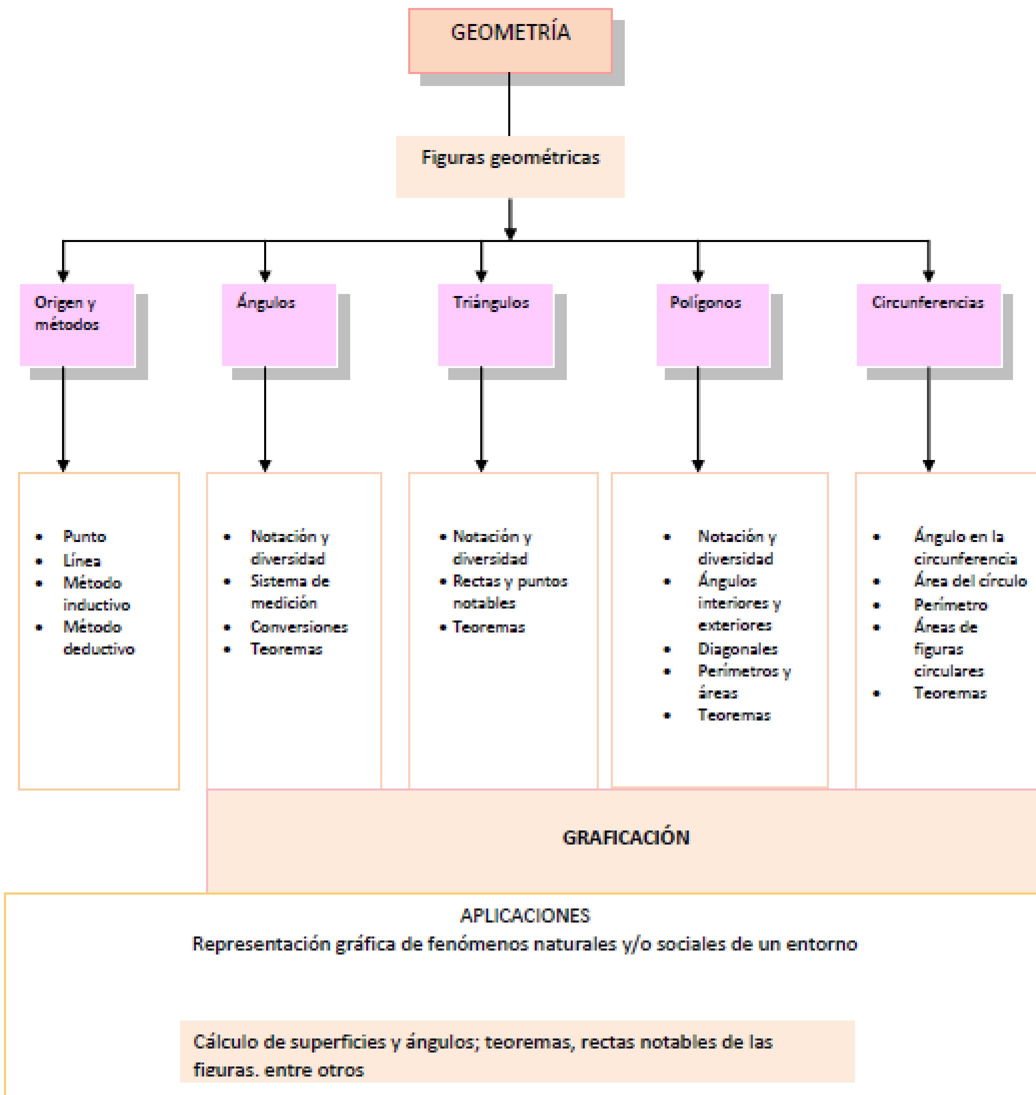
Estas secuencias didácticas están desarrolladas en tres fases: apertura en las que se avoca a traer los conocimientos previos del estudiante a partir de una situación problemática de su contexto, después la etapa de desarrollo donde el estudiante interioriza con los contenidos realizando análisis y ejercicios de los contenidos, para finalizar con la etapa de cierre, donde realiza una evaluación de lo que aprendió.

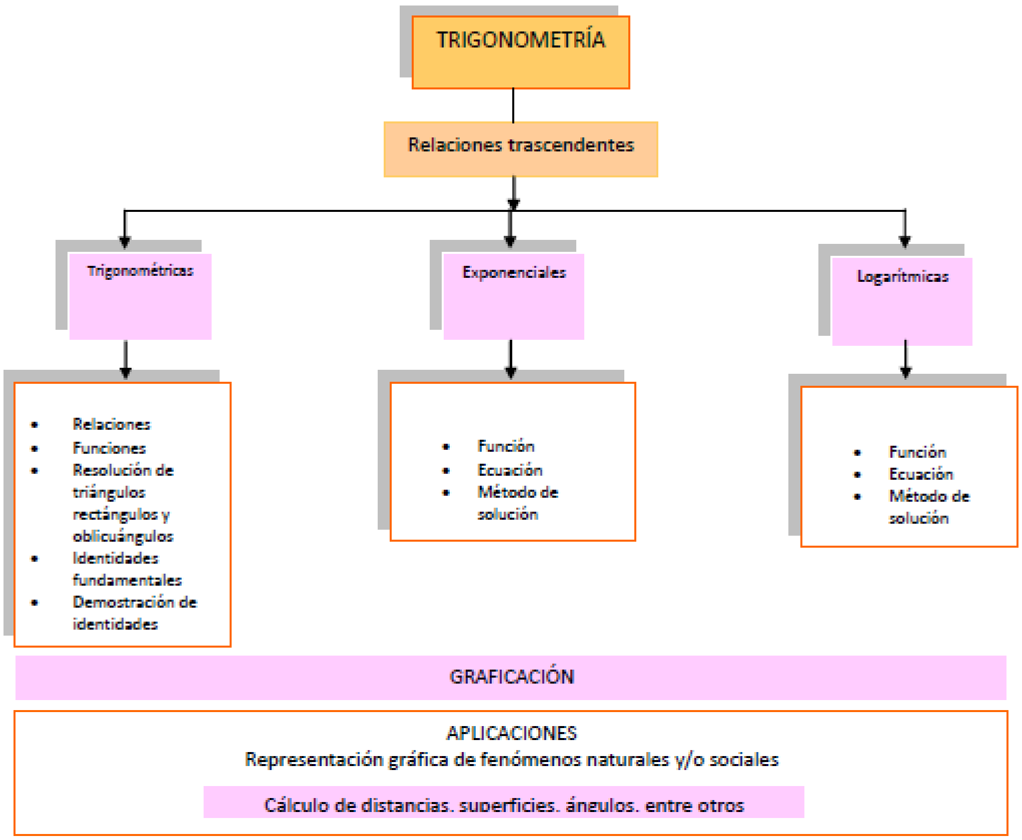
Aunando con la evaluación, se da a conocer las referencias bibliograficas consultadas para el desarrollo de cada tema abordado, como también, la sugerencia de sitios de Internet donde el estudiante podrá ampliar los conocimientos relacionados al tema.

Se propone en cada actividad la participación colaborativa de los estudiantes en la búsqueda de su propia construcción, así como la retroalimentación con el facilitador.

Es de primordial importancia de aportaciones y sugerencias a esta obra de los docentes que imparten la asignatura en los diferentes planteles de la DGETA en Sonora, a fin de mejorar las ediciones que le procedan a esta.

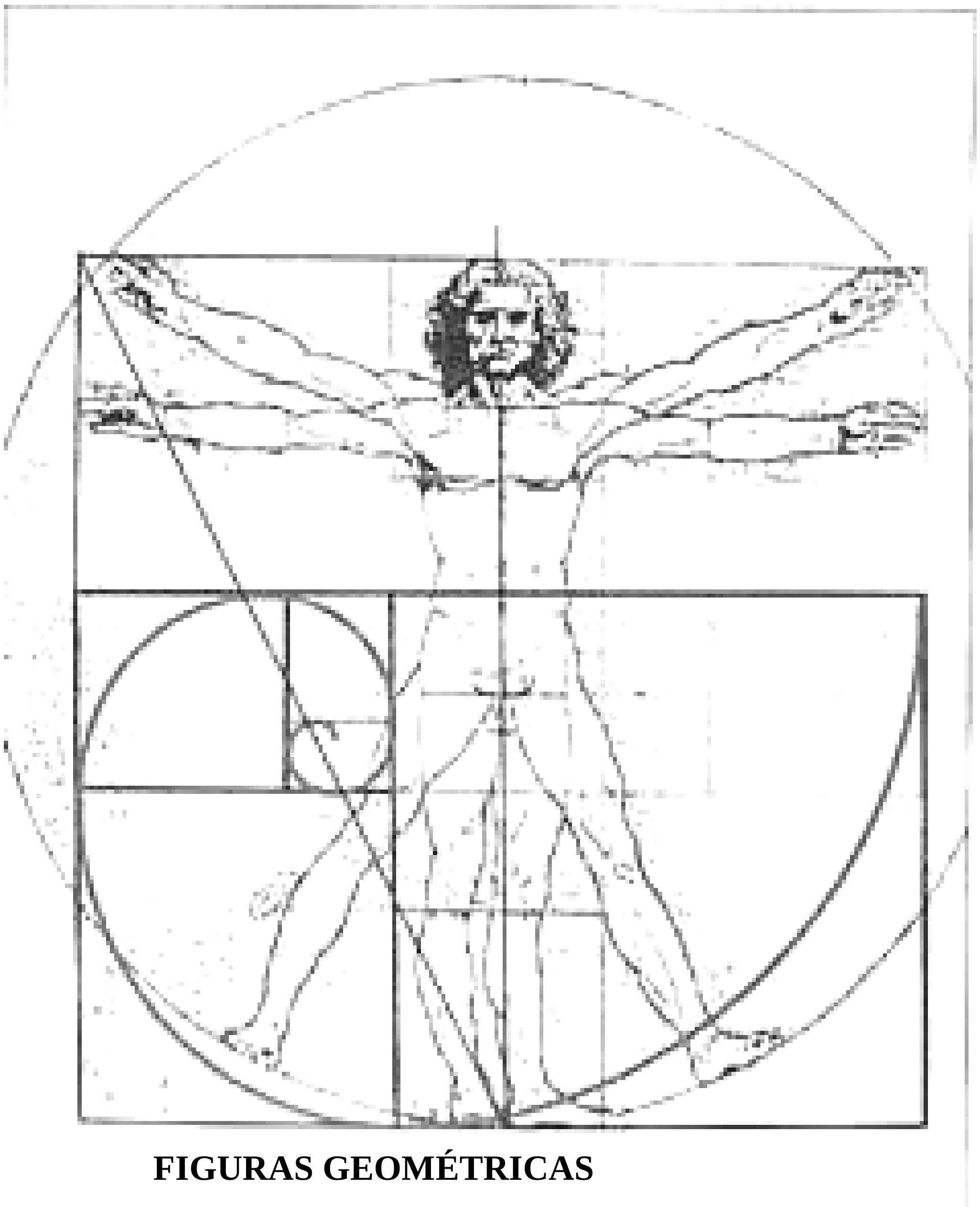
MAPA CONCEPTUAL DE LA ASIGNATURA




TRIGONOMETRÍA
Relaciones trascendentes
Trigonométricas
Exponenciales
Logarítmicas
Relaciones
Funciones
Resolución de triángulos rectángulos y oblicuángulos
Identidades fundamentales
Demostración de identidades
Función
Ecuación
Método de solución
Función
Ecuación
Método de solución
GRAFICACIÓN
APLICACIONES
Representación gráfica de fenómenos naturales y/o sociales
Cálculo de distancias, superficies, ángulos, entre otros

ÍNDICE DE SECUENCIAS

Bloque 1



FIGURAS GEOMÉTRICAS

ORIGEN Y MÉTODOS

ÁNGULOS

SECUENCIA 1

Al término de esta secuencia serás competente si te aplicas en:

Conocimiento
Punto
Línea
Método Inductivo
Método Deductivo
Notación y Diversidad
Sistema de Medición
Conversiones
Teoremas

Habilidades

Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos
Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
Argumenta la solución obtenida de un problema con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de de la información y la comunicación.

Actitudes
- Colaboración -Responsabilidad
- Limpieza -Respeto
- Tolerancia -Disciplina

A continuación se te presenta un texto que tiene que ver con "La Educación de los Hijos en el seno de la Familia". Te invitamos a leerla y reflexionar al respecto.

Actividad de Apertura

Educar a los hijos sin la ayuda del dios "Pantalla"

http://www.lafamilia.info/index.php?option=com_content&view=article&id=2194:educar-a-los-hijos-sin-la-ayuda-del-dios-pantalla&catid=45:educacion-de-los-hijos&Itemid=102

Pilar Sordo, la afamada psicóloga destapa realidades de las familias. Los padres no tienen tiempo para sus hijos. Prefieren a que se entretengan en Internet o con los teléfonos móviles. El peligro es que se despersonalicen las relaciones humanas y haya jóvenes marcados por la violencia.

En tiempos de globalización reina el dios "Pantalla", precisa la reconocida psicóloga chilena, Pilar Sordo. Como si fuese la Santísima Trinidad -con Padre, Hijo y Espíritu Santo- el "dios moderno" contiene tres elementos: computadora, televisión y celular, que hoy gobiernan a la familia.

En una conferencia dictada en Perú, la psicóloga expuso las principales conclusiones de una investigación que pone al descubierto los errores que cometen los padres en la educación de sus hijos. Uno de ellos, permitirles abusar de la tecnología.

La profesional chilena criticó a los padres que crían hijos "conectados" a Internet o a sus modernos móviles. Eso afecta su capacidad para comunicarse y construir relaciones interpersonales. Como no tienen vínculos familiares les resulta muy difícil expresar sus sentimientos, es mucho más sencillo para ellos poner un corazón en el chat, que decir "te quiero" mirando a los ojos a otra persona. Hay casos muy peculiares, algunos adolescentes cortan sus relaciones sentimentales mediante emoticones (un corazón roto) ya no en persona. Muchos de ellos no saben expresarse en forma verbal.

Los niños y jóvenes están separando sus conversaciones en la red, con reacciones físicas. Por ejemplo, escriben en el chat: "jajajaja", mientras su cara sigue seria, afirma la especialista. Este concepto del abuso de la tecnología no es nuevo, entonces ¿por qué los padres permiten que sus hijos no se despeguen de los aparatos, o más aún, por qué cuando se les pierde o les roban (a los hijos), el padre enseguida compra uno nuevo? Pilar Sordo considera que lo hacen por comodidad.

"Los padres no quieren conflictos, están muy cómodos con que la televisión o Internet les facilite la vida", afirma. Pero las consecuencias por esta decisión son lamentables. La psicóloga asegura que si un niño está todos los días más de una hora frente a una pantalla, a la larga se vuelve más conflictivo y hasta depresivo. En este punto destaca que los juegos japoneses podrían incrementar la agresividad, la cantidad de cuadros o escenas por segundo es más rápida y acentúa la tendencia a los comportamientos violentos. Conclusión, un niño no debe exceder la hora frente a la pantalla y un joven no más de dos horas.

Pilares de la educación

Sordo precisó que la mayoría de adultos busca la comodidad en sus casas. Y no quieren enfrentarse a sus hijos, vienen cansados mental y físicamente del trabajo. Considera que los adultos en América Latina trabajan mucho para comprar más cosas. Y como no tienen tiempo encargan a profesionales la atención de sus hijos.

Lo material es la brújula de la vida familiar. También la solución al entretenimiento. Sordo considera esto un gran error, pues los niños ya no valoran las cosas, no las reparan, "si no sirve se compra otro". Los riesgos de esta pauta educativa es que en el futuro podrían repetir esta conducta (de lo desechable) en su vida.

Pilar Sordo remarca que los pilares de la educación debieran ser la responsabilidad, la educación de la libertad y la educación de la fuerza de voluntad.

Los jóvenes necesitan –apunta– deberes de vida, recibir un concepto de libertad adecuado. “La libertad no es hacer lo que yo quiero, sino hacer primero lo que debo”, afirma. Para el uso de la libertad se necesita el tercer pilar: la fuerza de voluntad.

Según la investigadora, las decisiones que tomen los padres en cuanto a la educación de sus hijos girará en torno a estos tres pilares. Para ello harán uso de herramientas. La primera (como ya hemos señalado) está en cambiar de credo, minimizar al dios "Pantalla". Lo segundo está en dedicar más tiempo a la familia, dejando de priorizar (tanto) el trabajo. Asimismo aconseja “no hacer todo por los hijos”, dejar que ellos aprendan de sus errores. Y entiendan sus deberes y responsabilidades. Aunque esto signifique no ser siempre “simpáticos o agradables para los hijos”.

Moverse para ordenar

Un consejo clave es cómo dar órdenes a los hijos. Dicho de otro modo, cómo lograr que estos hagan caso. Al tocar este punto, Pilar Sordo recuerda a Benjamín, un niño de 9 años, quien le reveló que no hacía caso a su mamá a la primera llamada de atención, porque sabía que ella no actuaría sino hasta la quinta orden. "Hasta que ella explote pasan 10 minutos, para qué hacer caso si tengo 10 minutos más de tele", afirmó el pequeño paciente.

La conclusión de tamaña confesión es que los hijos manipulan a los padres. Sordo destaca que esto se podría evitar (más veces) si los adultos se movieran más. ¿Qué significa esto?, que en vez de dar un grito desde la cocina (para dar una orden), los padres fueran hasta donde está el hijo.

La psicóloga considera que la mejor educación es el ejemplo. Por eso recomienda a los miles de padres desesperados (por hijos rebeldes), no quejarse tanto y demostrar que lo que hacen les gusta (claro, si les gusta). Durante la conferencia relató varios casos de niños y jóvenes que no quieren crecer, porque no desean ser como sus padres. "Cómo van a querer ser adultos si les hemos enseñado que serlo es estar cansado", afirma.

Una realidad que nadie cuestiona y que seguramente usted se sienta identificado. Por eso, la especialista recomienda repensar el concepto de felicidad, que a su juicio, no es tener cosas. Ser feliz es una decisión, es la capacidad de ser agradecido y ser valiente para hacer actividades en común con los hijos. Más tarde ellos lo agradecerán, porque tendrán un memorable recuerdo de usted. Porque además estarán listos para asumir la vida con responsabilidad.

Actividad Uno

En relación a la lectura que acabas de hacer, te invito a que contestes las siguientes preguntas, para que después las compartas con el grupo.

1).- ¿Consideras que es importante el uso racional de la tecnología?

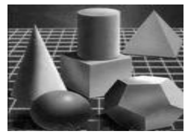
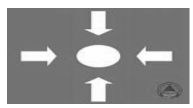
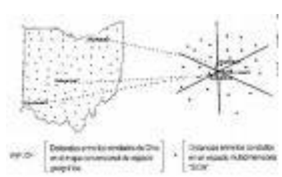
2).- ¿Consideras que los papás son los responsables de que los hijos abusen de la tecnología?

3).- ¿Qué propones para que los jóvenes hoy en día hagan buen uso de éstas tecnologías?

Actividad de Desarrollo

A continuación se presentan los conceptos básicos utilizados en geometría.

PROPOSICIONES VERDADERAS:

CONCEPTO	*FIGURA*	DEFINICION
GEOMETRÍA EUCLIDIANA		Es la rama de la matemáticas que estudia las propiedades de las formas y de los cuerpos geométricos
CUERPO GEOMÉTRICO		Son cuerpos físicos todas las cosas que nos rodean: lápices, libros, mesas etc. Tienen forma, color, están hechos de una sustancia determinada y ocupan un lugar en el espacio
PUNTO:		El punto: Es un término indefinido. Como el centro de reunión
LÍNEA RECTA		Como la distancia más corta entre dos puntos del plano. el borde de una pizarra; etc.
PLANO		Planos son dibujos que representan una ciudad o parte de ella, como también puede referirse a un edificio, una urbanización, un conjunto residencial.
ESPACIO		Limitado, sin longitud, anchura ni altura.

NOMBRE	DESCRIPCION	EJEMPLOS
RAZONAMIENTO	Es la capacidad que posee el ser humano de asociar en forma debida, diversas ideas, observaciones y hechos para obtener conclusiones correctas	Se usa en matemáticas para establecer la verdad de una proposición.
AXIOMA	Es una proposición tan evidente por si misma que no requiere demostración	El todo es igual a la suma de sus partes. El todo es mayor que cualquiera de sus partes.
POSTULADO	Es una proposición que también se admite sin demostración	La recta es la distancia mas corta entre dos puntos
TEOREMA	Es una proposición que requiere demostración y consta de un conjunto de razonamientos: la hipótesis y la tesis	La suma de los ángulos interiores de un triangulo son dos ángulos rectos.
DEFINICION	Es una proporción que implica una convención o descripción	Ángulos adyacente son dos ángulos que tiene el mismo vértice y un lado común entre ellos
COROLARIO	Es una proposición que se deduce de un teorema como consecuencia del mismo y cuya demostración requiere de un ligero razonamiento y en ocasiones ninguno	La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a dos rectos. Se deduce el siguiente corolario."La suma de los ángulos agudos de un triangulo rectángulo es un ángulo recto.

Actividad Dos

En pareja, y de ser necesario, con el auxilio de tu profesor, resuelve los siguientes ejercicios que involucran los conceptos básicos de la geometría.

1) Durante la asesoría y en equipo compara tus respuestas iniciales con lo investigado y leído en la antología elaboren una cuartilla de sus conclusiones.
2) Menciona cinco objetos cuyas formas sugieran un plano en cualquiera de sus partes.
3) Menciona tres objetos o situaciones físicas que ilustren la idea de recta.
4) Menciona tres objetos que sugieran la idea de espacio.

EL RAZONAMIENTO INDUCTIVO

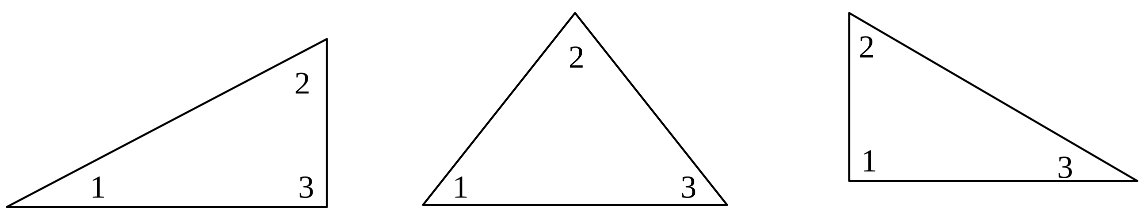
Por otro lado, el pensamiento inductivo *es aquel proceso en el que se razona partiendo de lo particular para llegar a lo general, justo lo contrario que con la deducción*. La base de la inducción es la suposición de que si algo es cierto en algunas ocasiones, también lo será en situaciones similares aunque no se hayan observado. Una de las formas más simples de inducción, ocurre cuando con la ayuda de una serie de encuestas, de las que se obtienen las respuestas dadas por una muestra, es decir, por una pequeña parte de la población total, nos permitimos extraer conclusiones acerca de toda una población.

Con bastante frecuencia realizamos en nuestra vida diaria dos tipos de operaciones inductivas, que se denominan predicción y causalidad.

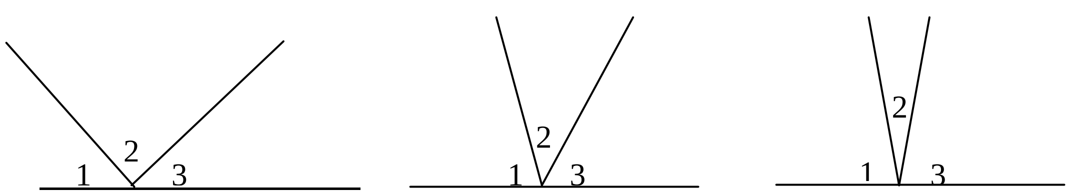
Muchos filósofos han puesto de manifiesto la insuficiencia lógica de la inducción como método de razonamiento.

Continuación se muestran tres ejemplos de cómo puede aplicarse el razonamiento inductivo en geometría.

Supongamos que alguien cortó de una hoja de papel, tres triángulos diferentes



Las esquinas de cada triangulo se cortaron y colocaron juntas tal como se muestra a continuación.



Completa esta generalización….
Qué se observa acerca de la suma de las medidas de los ángulos?

____

¿Es eso cierto para todos los triángulos?

____
____

EL RAZONAMIENTO DEDUCTIVO

El pensamiento deductivo parte de categorías generales para hacer afirmaciones sobre casos particulares. Va de lo general a lo particular. Es una forma de razonamiento donde se infiere una conclusión a partir de una o varias premisas.

Teorema: "Si dos lados de un triangulo son congruentes, entonces los dos ángulos opuestos Son congruentes"

El proceso de razonamiento deductivo consta de tres pasos:

Razonamiento deductivo:

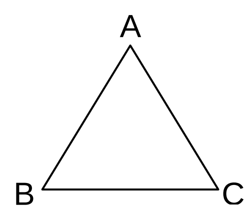
Paso 1. Empieza con las condiciones dadas (Hipótesis)

Paso 2. Úsese la lógica, definiciones, postulados o teoremas previamente probados para justificar una serie de proposiciones o pasos que den el resultado deseado

Paso 3. Afírmese el resultado (la conclusión).

Ejemplo: Dado el triangulo ABC es un triangulo con el lado AB = AC

Las proposiciones que arroja esta conclusión es que por lo tanto, el ángulo B y el ángulo C son congruentes.



Después de usar la lógica para obtener las proposiciones correctas del paso 2 del ejemplo probado en las líneas anteriores, se habrá demostrado este teorema.

"Si dos lados de un triangulo son congruentes (Hipótesis) entonces los dos ángulos opuestos son congruentes".

Actividad de Cierre

Ahora en relación a los que has realizado y analizado junto con tu facilitador y compañeros de clase, realiza la siguiente actividad.

En la línea anota el tipo de razonamiento que están utilizando:

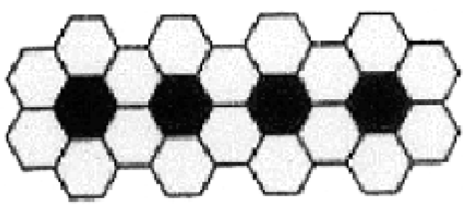
1.- Todas las personas son sujetos de derechos y obligaciones. Carlos es una persona. Carlos es sujeto de derechos y obligaciones. ____________________

2.- Las frutas tiene sabor, la manzana es una fruta; por lo tanto la manzana tiene sabor. ____.

3.- El perro es mamífero y cuadrúpedo, el gato es mamífero y cuadrúpedo. Por lo tanto los mamíferos son cuadrúpedos. _________________________________.

4.- Los insectos son invertebrados, el grillo es insecto por lo tanto es un invertebrado ____.

5.- Analiza la siguiente situación que se te plantea y contesta las preguntas:
El ayuntamiento se ha planteado decorar algunas calles de la ciudad colocando jardineras de forma hexagonal (figuras negras) en hilera, rodeando cada jardinera con baldosas de color blanco (figuras blancas), como se muestra en el gráfico. Las jardineras pueden ser simples (tienen una sola jardinera) o compuestas (con más de una jardinera).



Están haciendo el estudio del número de jardineras y baldosas que deberán encargar, para lo que han medido las calles que van a decorarse. Saben que si únicamente colocaran una jardinera, necesitarían 6 baldosas blancas. Si tuviesen que colocar dos jardineras tendrían que tener previstas 10 baldosas.

a) El técnico de urbanismo ha dibujado el esquema para 5 y para 6 jardineras. Indica el número de baldosas que necesitará en cada caso.________________

b) Ordena los resultados obtenidos en todos los casos anteriores con el fin de poder buscar regularidades._______________________________________

c) ¿Cuántas baldosas se necesitaran para decorar una calle en la que se puedan alinear 12 jardineras?____

d) El técnico ha dicho que para la calle San Fernando necesitarán 46 baldosas. ¿Cuántas jardineras colocaran en dicha calle?___________________________

e) Describe, sin apoyo gráfico, cómo sería el esquema para una situación en la que hubiese un número de jardineras muy alto.__________________________

f) ¿Cómo podría expresarse de manera simbólica el número de baldosas necesario para una calle en la que se colocasen n jardineras? _________________________.

Coevaluación

Ahora se te presenta una actividad en la que tendrás oportunidad de producir o construir a partir de los aprendizajes adquiridos hasta el momento sobre Conceptos básicos de Geometría y Métodos.

Por otra parte, para darnos cuenta de nuestro avance actitudinal, te presentamos un instrumento en el que podrás evaluar el comportamiento de tus compañeros en la(s) actividad(es) en equipo de esta secuencia. Es muy importante ser muy objetivos, por lo que te pedimos ser veraz con lo que indiques, ya que será de gran ayuda para tus compañeros. Al término de éste, entrégalo los resultados a tu maestro-facilitador, el les indicará la manera de procesar esta información.

***Instrucciones*.-** Los enunciados siguientes son descripciones de comportamientos que durante el trabajo en equipo pudieron manifestar tus compañeros, en 6 habilidades actitudinales. Lee cada descripción y escribe los nombres de los estudiantes de tu equipo que mejor la cumplan. Tus elecciones serán confidenciales. Considera lo siguiente:

1. Anota el nombre completo de tus compañeros en la lista, asegúrate del número que le corresponda a cada uno de ellos.
2. De cada pregunta, pon una “X” al número que corresponda el o los compañeros que participaron contigo en las actividades en equipo de esta secuencia, que cumplan con la condición de cada pregunta. Es importante que consideres solo aquel o aquellos compañero(s) que cumplen con ese rasgo.
3. Un mismo compañero puede cumplir con más de una descripción, por lo que puedes repetir el número en todas las preguntas (rasgos) que consideres.
4. Puedes anotar cualesquier observación o aclaración que tengas en cada pregunta.

Lista de compañeros:

No.	Nombre compañero participante		
	Apellido Paterno	**Apellido Materno**	**Nombre(s)**
1			
2			
3			
4			
5			

Evaluación:

No.	Preguntas	Evaluación					
		Integrantes					Observaciones
		1	2	3	4	5	
Habilidad: ***Capacidad de aprender por cuenta propia***							
1	¿Quién busca continuamente el conocimiento por sus propios medios en diversas fuentes de información?						
2	¿Quién tiene hábitos de estudio que implican disciplina, concentración, responsabilidad, búsqueda de información y verdadero deseo de aprender?						
3	¿Quién reconoce que la responsabilidad de aprender es algo personal y no responsabiliza a nadie de no haber aprendido algo?						
Habilidad: ***Capacidad de análisis, síntesis y evaluación***							
1	¿Quién continuamente estructura la información importante de un problema, de tal forma que facilite la comprensión de la situación problemática?						
2	¿Quién frecuentemente detecta las ideas básicas de una situación problemática, genera soluciones correctas y elige las más convenientes?						
3	¿Quién frecuentemente formula juicios críticos sobre las soluciones que se proponen para determinado problema?						
Habilidad: ***Pensamiento crítico***							
1	¿Quién analiza con frecuencia la información desde diversos puntos de vista?						
2	¿Quién identifica continuamente las ventajas y las desventajas de una decisión?						
3	¿Quién detecta con frecuencia las áreas de mejora en un determinado procedimiento?						
Habilidad: ***Creatividad***							
1	¿Quién continuamente genera ideas originales o soluciones nuevas?						
2	¿Quién es original e imaginativo?						
3	¿Quién con frecuencia promueve un ambiente de innovación?						
4	¿Quién respeta las ideas creativas de otras personas?						
Habilidad: ***Trabajo en equipo***							
1	¿Quién repetidamente muestra buenas habilidades de comunicación que le permitan saber hacer peticiones, ofrecimientos y reclamos, así como escuchar, negociar y responsabilizarse de sus promesas?						
2	¿Quién respeta las aportaciones de los demás miembros de su grupo, aun cuando vayan en contra de las aportaciones propias?						
3	¿Quién antepone los objetivos del grupo a los objetivos personales?						
4	¿Quién con frecuencia reconoce las diferentes habilidades de cada uno de los miembros del grupo y las aprovecha para lograr el mejor resultado?						
5	¿Quién es responsable del producto final del trabajo del grupo?						
Habilidad: ***Valores***							
1	¿Quién acepta cuando se equivoca, reconoce y						

	afronta sus errores, y se responsabiliza de las consecuencias?						
2	¿Quién reconoce los logros de sus compañeros?						
3	¿Quién es puntual en la entrega de las actividades?						
4	¿Quién cumple con las fechas límite para terminar las tareas que se comprometió a llevar a cabo?						

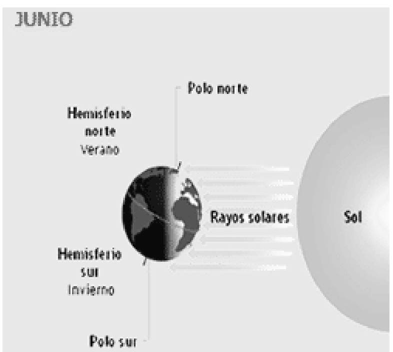
PARA SABER MÁS:

BIBLIOGRAFÍA:

BALDOR Aurelio 1997, *Geometría y Trigonometría*, 15ta. Reimpresión, México, pp. 221 – 232.

Además visita las siguientes ligas:
http://www.monografias.com/trabajos/culturaegipcia/culturaegipcia.shtml
http://images.google.com.mx/images?hl=es&q=platon&btnG=B%C3%BAsqueda+de+im%C3%A1genes&gbv=2

SECUENCIA 2



Al término de esta secuencia serás competente si te aplicas en:

Conocimiento

- Notación y Diversidad de Ángulos
- Sistema de Medición
- Conversiones
- Demostración

Habilidades

Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos

Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

Argumenta la solución obtenida de un problema con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de de la información y la comunicación.

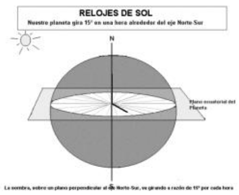
Actitudes

- Colaboración -Responsabilidad
- Limpieza -Respeto
- Tolerancia -Disciplina

A continuación se te presenta un texto que tiene que ver con "el reloj del sol". Te invitamos a leerla y reflexionar al respecto.

EL RELOJ DEL SOL

Actividad de Apertura



El fundamento básico de un reloj de Sol se encuentra en el movimiento rotacional de nuestro planeta, que, aunque no con absoluta exactitud, da una vuelta completa en 24 horas. Esto es, tarda 24 horas en girar 360º.

O sea, que si suponemos un plano ecuatorial, que corta a nuestro planeta por el ecuador, tal como se muestra en la figura, la sombra de un gnomon o estilete en la dirección del eje de rotación va desplazándose 15º en cada hora.

Ese plano ecuatorial no podríamos, evidentemente, tenerlo físicamente atravesando nuestro planeta, pero sí podríamos construirlo sobre el punto de la superficie terrestre donde nos encontremos. Lo único importante es que el plano tiene que ser paralelo al anterior, y el gnomon, por consiguiente, tiene que ir dirigido en el sentido Norte-Sur.

Naturalmente, el plano del reloj, que llamaremos plano ecuatorial, estará inclinado con respecto al plano horizontal donde nos movemos y caminamos sobre la superficie terrestre, tanto mayor es la inclinación cuanto más próximos estemos del ecuador. Así, por ejemplo, si estamos situados en el Polo Norte (o Sur) el plano del reloj coincide con el plano del horizonte, y en el caso de estar en la línea ecuatorial (por ejemplo, en la ciudad de Quito) el plano ecuatorial es perpendicular al suelo, con el gnomon apuntando al horizonte en dirección a la estrella polar.

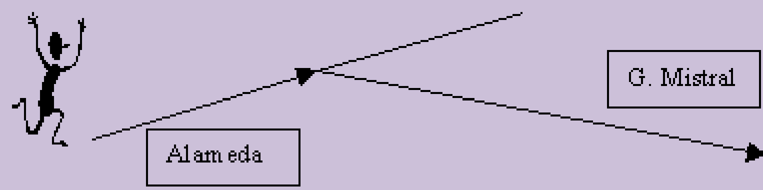
En general, la inclinación del plano ecuatorial es el complemento a 90º de la latitud del lugar, esto es, la colatitud del lugar.

De acuerdo a la lectura y tu opinión contesta la siguiente pregunta.

La sombra que proyecta tu persona a las 9:00 hrs, es la misma que proyecta a las 11:00 hrs, a las 12:00 hrs, 13:00hrs: ______________________
¿Por qué?____
____

A continuación se te presenta un problema interesante con el cual aprenderás a resolverlo durante la secuencia.

Una persona camina por la calle Alameda y luego gira a la calle G. Mistral, como se muestra en el siguiente dibujo:



¿Cuál es el ángulo de giro que permite realizar esa trayectoria?. Marcan con lápiz de color el ángulo.

Escribe en tu cuaderno las respuestas a las siguientes preguntas:

1) El ángulo que permite realizar la trayectoria mide 40º ¿De qué medida es el ángulo de giro que permite realizar el trayecto en dirección contraria, es decir desde la calle G. Mistral hacia la calle Alameda? (sin utilizar transportador).

2) ¿Que tipos de ángulos crees que se forman de la calle alameda a la magistral?

3) Escribe 5 ejemplos de figuras geométricas, donde se formen diferentes tipos de ángulos.

Comenta tus respuestas con tus compañeros de equipo.

Investiga en Internet, en cualquier libro de geometría o enciclopedia interactiva lo siguiente:

1) La definición de ángulo

2) Como se clasifican los ángulos y su medida

Es importante conocer los diferentes tipos de ángulos y su relación con el mundo que nos rodea, así como su clasificación y teoremas. Que son datos importantes para las preguntas que se plantea. Para ello lee con detalle la siguiente información que se presenta a continuación:

Actividad de Desarrollo

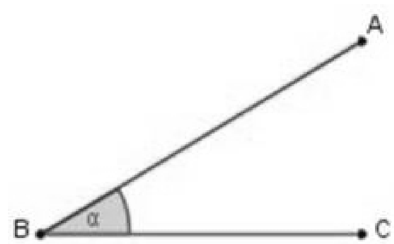
Lee la siguiente información y resuelve las actividades que se te presentan al final de cada una de ella.

DEFINICIÓN, CLASIFICACIÓN Y MEDICIÓN DE ÁNGULOS

Cuando se analizan figuras y cuerpos de formas geométricas se observan espacios en los puntos de unión o de intersección de planos de rectas y trazos.
Estos espacios son de vital consideración en Geometría.

> **Se llama ángulo a la abertura o amplitud que hay entre dos semirrectas que se cortan en un punto llamado vértice.**

Ejemplo:



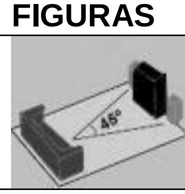
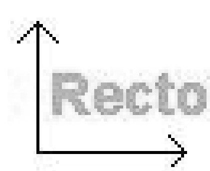
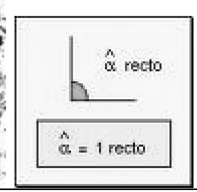
La abertura comprendida entre $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ se llama ángulo.

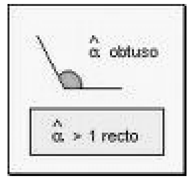
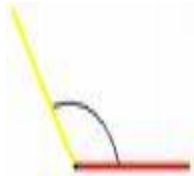
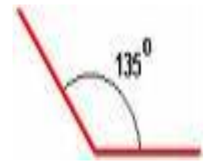
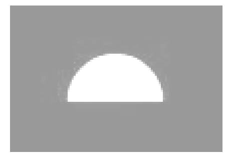
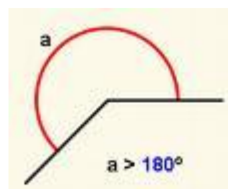
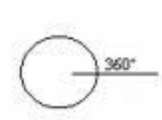
Las semirrectas que forman el ángulo se llama lados del ángulo. El punto donde se unen las semirrectas se llama vértice. Para representar un ángulo se utiliza el símbolo $\angle$

CLASIFICACION DE LOS ÁNGULOS

Atendiendo a sus características, se distinguen los siguientes tipo de ángulos.

1) Según su medida o magnitud pueden ser.

ANGULO	DESCRIPCION	FIGURAS
a) Agudos	Es el que miden menos de 90^0	  
b) Rectos	Es el que mide 90^0	  

ANGULO	DESCRIPCION	FIGURAS
c) Obtusos	Es el que mide mas de 90^0 pero menos de 180^0.	  
d)Llano o colineal	Es el que mide 180^0	 
d) Cóncavo o entrante	Es el que mide mas de 180^0 pero menos de 360^0	
f) Perígono	Es el ángulo que mide 360^0	

CLASES DE PARES DE ÁNGULOS

a) ***Ángulos consecutivos***: Se llaman ángulos consecutivos a los que tienen común un vértice y un lado que los separa. Ejemplo: $\angle$ 1 y $\angle$ 2 son consecutivos porque tienen el mismo vértice O y el lado común OA, que forma parte de los dos ángulos en la fig. 1.

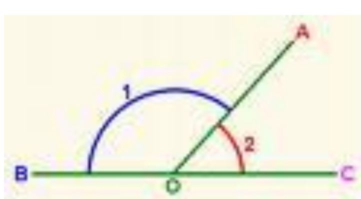


Fig. 1

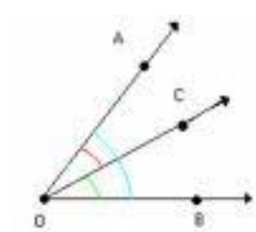


Fig. 2

b) ***Ángulos Adyacentes***: Son aquellos que tienen un vértice y un lado en común y los lados no comunes están alineados uno del otro. Ejemplo:

En la figura (2) el $\angle$ 1 y el $\angle$ 2 son adyacentes porque tienen el mismo vértice O y un lado común AO; pero además los otros dos lados no comunes BO y CO, están alineados. También se observa Los ángulos adyacentes son suplementarios, porque juntos equivalen a un ángulo llano.

$\boxed{\angle 1 + \angle 2 = 180^0}$

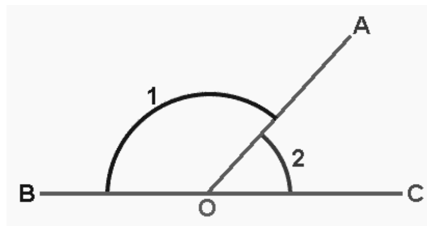
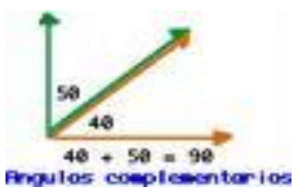


Fig. 2

POR SU SUMA, DOS ANGULOS PUEDEN SER

a) **Ángulos complementarios:** Son dos ángulos que juntos suman 90^0 (o se forma un ángulo recto), ejemplo:



Un ángulo es complementario de otro; es decir $\angle 40^0$ es el complemento de $\angle 50^0$ y viceversa. Y su suma es 90^0

El complemento de un ángulo se obtiene restando a 90^0 el valor del ángulo conocido.

Ejemplo 1) Cuál es el complemento de un ángulo de 25^0?

$\angle x + 25^0 = 90^0$

$\angle x = 900^0 - 25$

$\angle x = 65^0$

Ejemplo 2) Si el $\angle A = 47^0$ su ángulo complementario $\angle B$ es de:

$\angle A + \angle B = 90^0$

$47^0 + \angle B = 90^0$

$\angle B = 90^0 - 47^0$

$\angle B = 43^0$

b) **Ángulos suplementarios:** Son dos ángulos que juntos suman 180^0 (o sea forman un ángulo colineal o llano), ejemplo:

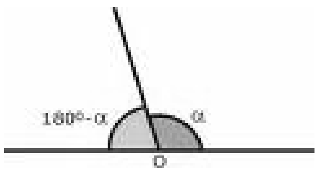


Fig.1

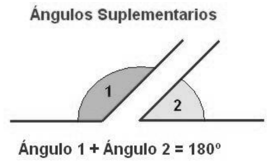


Fig. 2

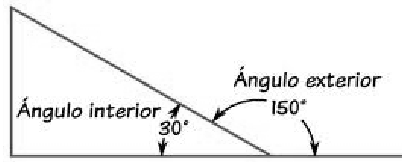


Fig. 3

Un ángulo es suplemento de otro; es decir $\angle 150^0$ es el suplemento de $\angle 30^0$ y viceversa. Y su suma es 180^0 (Fig. 3)

Por lo anterior **el suplemento de un Angulo se obtiene restando a 180^0 el valor del ángulo conocido.**

Ejemplo 1) ¿Cuál es el suplemento de un ángulo de 105^0?

$$\angle x + 105^0 = 180^0$$

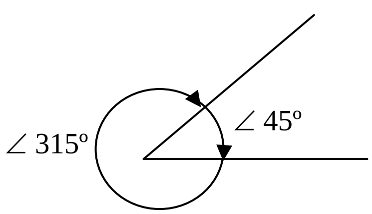
$$\angle x = 180^0 - 105^0$$
$$\angle x = 75^0$$

Ejemplo 2) ¿Cuál es el valor del ángulo $\angle A$ si su ángulo suplementario $\angle B$ mide 115^0

$$\angle A + \angle B = 180^0$$
$$\angle A + 115^0 = 180^0$$
$$\angle A = 180^0 - 115^0$$

$$\angle A = 65^0$$

c) **Ángulos conjugados:** Son dos ángulos que juntos suman 360^0 (o sea que forman un ángulo perígono), ejemplo:



$$\angle 45º + \angle 315º = 360º$$

Ejemplo 1) ¿Cuál es el ángulo conjugado de 25^0?.

$$\angle x + 25^\circ = 360^\circ$$
$$\angle x = 360^\circ - 25^\circ$$

$$\angle x = 335^\circ$$

Ejemplo 2) ¿cuál es el valor del $\angle A$, si su ángulo conjugado $\angle B$ es de 138°?.

$$\angle A + \angle B = 360^0$$
$$\angle A + 138^0 = 360^0$$
$$\angle A = 360 - 138^0$$
$$\angle A = 222^0$$

Actividad Uno

En pareja, y de ser necesario, con el auxilio de tu profesor, dibuja y resuelve los siguientes ejercicios que se presentan

I. Tomando en cuenta que las 12:00 equivale a 0^0 y se medirán los ángulos en sentido contrario a las manecillas del reloj.

1) ¿A qué horas deberán marcar las manecillas de los relojes para que se formen los siguientes ángulos?

   a) Agudo b) Recto c) Llano d) Entrante e) Perígono

2) Cuando el reloj marca las 14:00 horas (2:00 pm) ¿Con cuál hora se formará su ángulo complementario?_________________________

3) Cuando el reloj marca las 16:00 horas (4:00 pm) ¿Con cuál hora se formará su ángulo suplementario? _______________________________

4) Cuando el reloj marca las 20:00 horas (8:00 pm) ¿Con cuál hora se formará su ángulo suplementario? _________________________

II) Resuelve los siguientes ejercicios según corresponda:

1) Encuentra el complemento:

a) Si $\angle a = 32^0$ $\angle b =$________________

b) Si $\angle b = 62$ $\angle a =$________________

c) Si $\angle n = 56^0$ $\angle m =$________________

2) Encuentra el suplemento

a) Si $\angle$a= 37^0 $\angle b =$__________________

b) Si $\angle b = 95^0$ $\angle a =$__________________

c) Si $\angle x = 32^0$ $\angle y =$__________________

3) Encuentra el conjugado

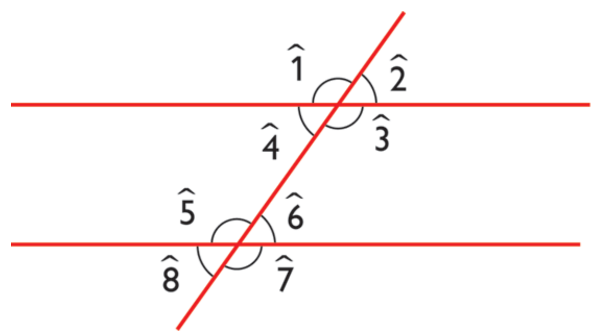
a) Si $\angle a = 95^0$ $\angle b =$___________________

b) Si $\angle n = 168^0$ $\angle m =$___________________

c) Si $\angle x = 215^0$ $\angle y =$___________________

ANGULOS QUE SE FORMAN CUANDO DOS PARALELAS SON CORTADAS POR UNA SECANTE.

Cuando dos rectas se localizan en el plano, tenemos que éstas se cortan en un solo punto, o bien no se cortan. Este segundo caso, que definiremos a continuación merece un trato especial dada la importancia que tiene cuando son cortadas por una recta y forman una serie de ángulos con características especiales en cuanto a su posición y que son utilizados en el análisis de figuras, así las rectas paralelas se definen como aquellas que estando en el plano, no se cortan.



Como observarás en la figura anterior, las rectas al cortarse forman ocho ángulos que se clasifican en parejas, como a continuación se describen:

1) **Internos**. Son aquellos que quedan determinados entre las rectas paralelas y estos a su vez se clasifican en:

a) *Alternos internos*: Son dos ángulos no adyacentes localizados en los lados opuestos de la trasversal. De la figura, tenemos que $\angle 4 y \angle 6$, $\angle 3 y \angle 5$

b) *Colaterales internos*. Se ubican en el mismo lado de la transversal. De la figura tenemos $\angle 3 y \angle 6$, $\angle 4 y \angle 5$.

2**) Externos**: Son los que quedan fuera de las rectas paralelas; análogamente, se clasifican a su vez en:

a) *Alternos externos*. Son los ángulos no adyacentes ubicados en los lados opuestos de la transversal de la figura tenemos que: $\angle 2 y \angle 8$, $\angle 1 y \angle 7$.

b) *Colaterales externos*: Se localizan en el mismo lado de la transversal de la figura tenemos que: $\angle 2 y \angle 7$, $\angle 1 y \angle 8$

3)**Correspondientes**. Estos están situados del mismo lado de la transversal y del mismo lado de las rectas paralelas (uno internos y otro externo). De la figura tenemos que: $\angle 2 y \angle 6$, $\angle 1 y \angle 5$, $\angle 3 y \angle 7$, $\angle 4 y \angle 8$.

Estas parejas de ángulos, al igual que la sección anterior, tienen ciertas propiedades respecto a su magnitud.

a) Los ángulos alternos, tanto internos como externos son iguales.
b) Los ángulos colaterales, tanto internos como externos, son suplementarios.

MEDIDA DE ANGULOS

La unidad de medida de los ángulos se llama ***grado*** y su símbolo es ***(°)***, y resulta de dividir un ángulo recto en 90 partes iguales, por lo tanto, un ángulo recto mide 90º. El sistema de medición de los ángulos se llama ***sexagesimal*** y está formado por las siguientes medidas menores al grado:

minuto: 1° = 60'
segundo: 1' = 60"

Sistema sexagesimal:
Recibe este nombre porque cada unidad es sesenta veces mayor (o menor) que la siguiente inferior (o superior).
La unidad de medida de ángulos del sistema sexagesimal es el **grado** (**º**), y cada grado se divide en 60 **minutos** (´) y, cada minuto, en 60 **segundos** (´´).

Operaciones básicas con ángulos en el sistema sexagesimal.

Al igual que con los números naturales realizamos las operaciones básicas de la suma y resta; también se realizan con los ángulos. Procederemos a analizar cada operación para posteriormente realizar ejercicios.

A) Suma
1) La medida del tiempo, igual que los ángulos, se realiza en el sistema sexagesimal. Analicemos el siguiente problema:

Luís es un deportista de atletismo (maratón), y su entrenador toma el tiempo en que tarda cada uno de sus entrenamientos. Obtuvo los siguientes registros: el primer día corrió durante 2 horas, 48 minutos y 35 segundos; el segundo día, en 2 horas, 45 minutos y 30 segundos. ¿Cuánto tiempo corrió Luís en ambos días?

Si sumamos por separado las horas, los minutos y los segundos, resulta:

```
    2h  48' 35"
+   2h  45' 30"
    4h  93' 65"
```

Pero 65 segundos equivalen a 1 minuto (60 segundos) y 5 segundos, luego la suma se puede escribir así:

4h 94' 5"

Considerando que una hora equivale a 60 minutos, y si observamos el tiempo de Luis se tiene 94 minutos; estos 94 minutos equivalen a (60minutos=1hora) y 34 minutos.

El tiempo que realizo Luis fue de 5hrs 34’ 5”.

b) Resta

En el primer día un compañero de Luis corrió en 3 horas exactamente. ¿Cuál es la diferencia de tiempo entre ambos?

Debemos hacer la siguiente operación:

```
    3h   0'   0"
 -  2h  48' 35"
```

Igual que en la suma, deberíamos restar por separado las horas, los minutos y los segundos, pero no podemos hacer las restas 0-35 (segundos) ni 0-48 (minutos). Para conseguirlo transformamos una hora en 60 minutos y un minuto en 60 segundos. Es decir, las 3 horas se convierten en 2h 59' 60".

```
   2h  59'  60"
-  2h  48'  35"
   0h   11'   25”
```

CONVERSION DE GRADOS A RADIANES Y VICEVERSA:

Podemos relacionar radianes y grados por medio de expresiones sencillas. En una circunferencia completa hay 360° o 2**π**radianes (2**π**rad) entonces: $360^0 = 2\pi$ **rad.**

$$\frac{360^0}{2\pi} = \frac{2\pi rad}{2\pi}$$ Dividiendo la ecuación entre 2**π** Obtenemos:

1 rad = $\frac{180^0}{\pi}$ 1 rad = $57.30^0 = 57^0\ 18'$

Otra forma

1 rad = $\frac{180^0}{\pi}$ 1(**π**) rad **=** 180^0 $1^0 = \frac{\pi rad}{180^0}$

Ejemplos:

1) Convertir a radianes **a) 65^0** **b) 147^0**

Solución: Multiplicamos por el numero de radianes que hay en un grado

a) 65^0

$$65^0\left(\frac{\pi}{180^0}\right) = \frac{(65)(3.1416)}{180^0} = \frac{204.20}{180} = 1.134 \text{ rad}$$

b) 147^0

$$147^0\left(\frac{\pi}{180^0}\right) = \frac{(147)(3.1416)}{180^0} = \frac{461.81}{180} = 2.56 \text{ rad}$$

2) Convertir a grados **a) 8 rad** **b) 3.45 rad**

Solución: Multiplicamos por el número de grados que hay en un radian

a) 8 rad

$$(8)\left(\frac{180^0}{\pi}\right) = \frac{(8)(180^0)}{3.1416} = \frac{1440}{3.1416} = 458.3651^0$$

b)3.45 rad

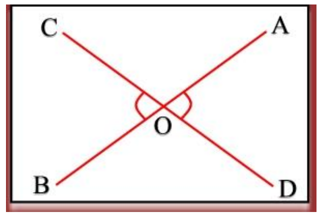
$$(3.45)\left(\frac{180^0}{\pi}\right) = \frac{(3.45)(180)}{3.1416} = \frac{621}{3.1416} = 197.669^0$$

DEMOSTRACION DE TEOREMAS:

- <u>La suma de los ángulos adyacentes que una recta forma con otra es igual al valor de 2 ángulos rectos.</u>

Partiendo de la hipótesis de que AB y CD son dos rectas que se cortan en el punto O.

$$\angle COD = 180º$$



Según la figura: $\angle COD = \angle AOD + \angle AOC$! $\angle AOD + \angle AOC = 180º$

- <u>Los ángulos opuestos por el vértice son iguales</u>

Partiendo, nuevamente, de la hipótesis de que AB y CD son dos rectas que se cortan en el punto O, se trata de demostrar que el ángulo formado por AOD es igual al formado por COB

Como la suma de los ángulos adyacentes que una recta forma con otra es igual al valor de 2 ángulos rectos, podemos decir que:

$$\angle COA + \angle AOD = 180º$$

$$\angle COA + \angle COB = 180º$$

$$\angle COA + \angle AOD = \angle COA + \angle COB$$

$$\angle AOD = \angle COB$$

Actividad Dos

En pareja, y de ser necesario, con el auxilio de tu profesor, dibuja y resuelve los siguientes ejercicios que se presentan

1) Convierte a radianes los siguientes ejercicios en grados

a) 32^0 b) 40^0 c) 56^0 d) 77^0

2) Convierte a grados los siguientes ejercicios en radianes.

a) 113 rad. b) 4.6 rad. c) 2.6 rad. d) 1.45 rad.

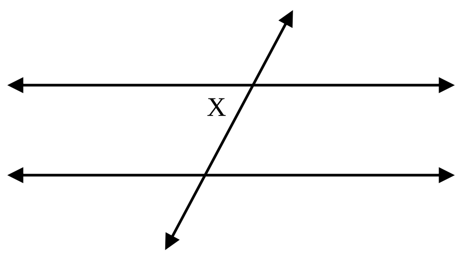
3) Resuelva las siguientes suma y resta de ángulos.

a) $\begin{array}{r} 57^0 \\ -\ \underline{18^0} \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 18^0\ + \\ \underline{35^0} \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 34^0\ 100'\ + \\ \underline{42^0\ \ 32'} \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 5^0\ \ 85'\ \ 54'' \\ -\ \underline{16^0\ \ 22'\ 234''} \end{array}$

4) Traza los ángulos de las siguientes dimensiones:

a) $\angle 56^0$ b) $\angle 105^0$ c) $\angle 268^0$ d) $\angle 145^0$

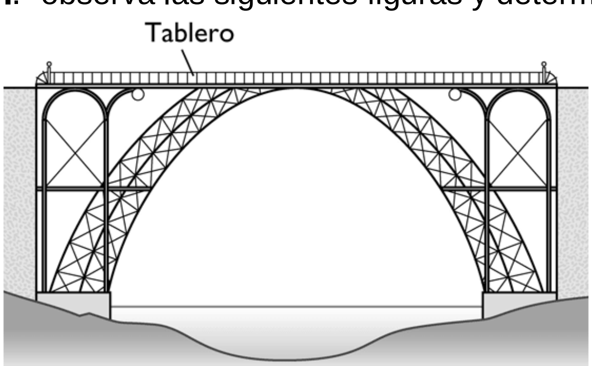
5) Si $\angle x = 53^0$ en la figura, ¿Cuál es el valor de cada uno de los ángulos restantes?.



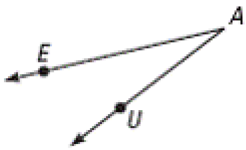
Actividad de Cierre

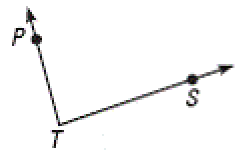
Es hora de aplicar lo que hemos visto hasta el momento de clasificación y medición de ángulos.

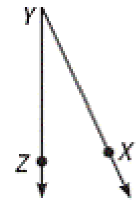
I.- observa las siguientes figuras y determina que ángulos se forman

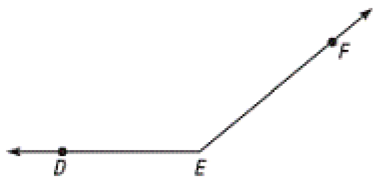


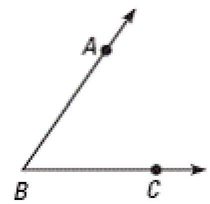
II.- Nombra los siguientes ángulos



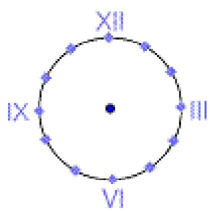




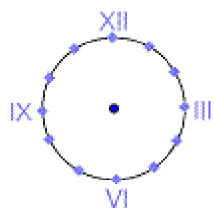




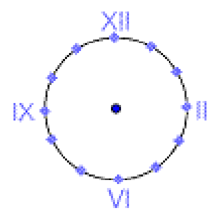
III Las agujas de un reloj conforman distintos tipos de ángulos. Las agujas de los relojes deben marcan la hora indicada debajo de cada uno de ellos. ¿Qué tipo de ángulo se forma en cada caso?



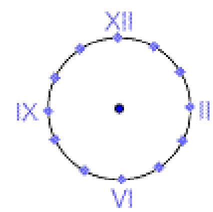
12:20



10:25



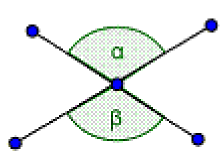
9:00



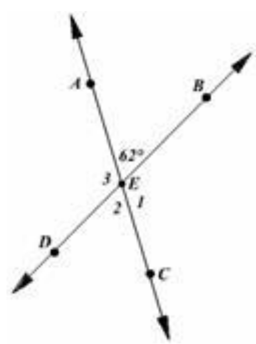
2:50

_______________ _______________--- _________________ _______________

IV Resuelve los siguientes ejercicios:



A)



B)

A) Si el ángulo alfa mide 32º, ¿cuánto mide el ángulo beta?

B) Si el ángulo AEB mide 62º, ¿cuánto mide DEC?

V.- Encuentren en la sopa de letras el nombre ángulos.

D	Q	U	Q	O	E	A	Q	S	G	S	I	J	Z
N	H	T	W	Z	Q	A	J	W	O	Q	A	Q	N
A	K	I	E	X	K	H	O	V	F	K	A	O	B
H	D	Z	A	F	H	V	I	G	N	Q	N	J	N
U	M	Y	R	H	P	T	W	D	X	B	O	T	D
J	S	R	A	G	U	D	O	X	L	W	H	X	Z
D	I	F	W	C	V	T	D	E	A	L	G	M	D
P	J	D	E	J	E	J	X	L	J	D	C	F	R
R	J	S	L	L	A	N	O	C	R	G	S	U	R
B	N	O	P	U	E	S	T	O	S	U	T	B	O
O	P	M	Z	A	D	L	A	E	K	U	O	Y	G
T	O	U	A	E	S	Z	V	T	S	K	S	O	X
C	C	A	C	A	L	L	O	U	K	A	Q	C	V
E	E	C	L	P	I	L	E	G	A	V	E	H	F
R	R	P	V	D	O	N	L	E	U	B	T	A	F

Coevaluación

Ahora se te presenta una actividad en la que tendrás oportunidad de producir o construir a partir de los aprendizajes adquiridos hasta el momento sobre Ángulos.

Por otra parte, para darnos cuenta de nuestro avance actitudinal, te presentamos un instrumento en el que podrás evaluar el comportamiento de tus compañeros en la(s) actividad(es) en equipo de esta secuencia. Es muy importante ser muy objetivos, por lo que te pedimos ser veraz con lo que indiques, ya que será de gran ayuda para tus compañeros. Al término de éste, entrégalo los resultados a tu maestro-facilitador, el les indicará la manera de procesar esta información.

***Instrucciones*.-** Los enunciados siguientes son descripciones de comportamientos que durante el trabajo en equipo pudieron manifestar tus compañeros, en 6 habilidades actitudinales. Lee cada descripción y escribe los nombres de los estudiantes de tu equipo que mejor la cumplan. Tus elecciones serán confidenciales. Considera lo siguiente:

1. Anota el nombre completo de tus compañeros en la lista, asegúrate del número que le corresponda a cada uno de ellos.
2. De cada pregunta, pon una "X" al número que corresponda el o los compañeros que participaron contigo en las actividades en equipo de esta secuencia, que cumplan con la condición de cada pregunta. Es importante que consideres solo aquel o aquellos compañero(s) que cumplen con ese rasgo.
3. Un mismo compañero puede cumplir con más de una descripción, por lo que puedes repetir el número en todas las preguntas (rasgos) que consideres.
4. Puedes anotar cualesquier observación o aclaración que tengas en cada pregunta.

Lista de compañeros:

No.	Nombre compañero participante		
	Apellido Paterno	**Apellido Materno**	**Nombre(s)**
1			
2			
3			
4			
5			

Evaluación:

No.	Preguntas	Evaluación					
		Integrantes					Observaciones
		1	2	3	4	5	
Habilidad: ***Capacidad de aprender por cuenta propia***							
1	¿Quién busca continuamente el conocimiento por sus propios medios en diversas fuentes de información?						
2	¿Quién tiene hábitos de estudio que implican disciplina, concentración, responsabilidad, búsqueda de información y verdadero deseo de aprender?						
3	¿Quién reconoce que la responsabilidad de aprender es algo personal y no responsabiliza a nadie de no haber aprendido algo?						
Habilidad: ***Capacidad de análisis, síntesis y evaluación***							
1	¿Quién continuamente estructura la información importante de un problema, de tal forma que facilite la comprensión de la situación problemática?						
2	¿Quién frecuentemente detecta las ideas básicas de una situación problemática, genera soluciones correctas y elige las más convenientes?						
3	¿Quién frecuentemente formula juicios críticos sobre las soluciones que se proponen para determinado problema?						
Habilidad: ***Pensamiento crítico***							
1	¿Quién analiza con frecuencia la información desde diversos puntos de vista?						
2	¿Quién identifica continuamente las ventajas y las desventajas de una decisión?						

3	¿Quién detecta con frecuencia las áreas de mejora en un determinado procedimiento?						
Habilidad: *Creatividad*							
1	¿Quién continuamente genera ideas originales o soluciones nuevas?						
2	¿Quién es original e imaginativo?						
3	¿Quién con frecuencia promueve un ambiente de innovación?						
4	¿Quién respeta las ideas creativas de otras personas?						
Habilidad: *Trabajo en equipo*							
1	¿Quién repetidamente muestra buenas habilidades de comunicación que le permitan saber hacer peticiones, ofrecimientos y reclamos, así como escuchar, negociar y responsabilizarse de sus promesas?						
2	¿Quién respeta las aportaciones de los demás miembros de su grupo, aun cuando vayan en contra de las aportaciones propias?						
3	¿Quién antepone los objetivos del grupo a los objetivos personales?						
4	¿Quién con frecuencia reconoce las diferentes habilidades de cada uno de los miembros del grupo y las aprovecha para lograr el mejor resultado?						
5	¿Quién es responsable del producto final del trabajo del grupo?						
Habilidad: *Valores*							
1	¿Quién acepta cuando se equivoca, reconoce y afronta sus errores, y se responsabiliza de las consecuencias?						
2	¿Quién reconoce los logros de sus compañeros?						
3	¿Quién es puntual en la entrega de las actividades?						
4	¿Quién cumple con las fechas límite para terminar las tareas que se comprometió a llevar a cabo?						

PARA SABER MÁS:

BIBLIOGRAFÍA:

BALDOR Aurelio 1997, *Geometría y Trigonometría*, 15ta. Reimpresión, México, pp. 221 – 232.

CLEMENS Stanley, O´Daffer Phares, Cooney Thomas 1989, *Geometría con aplicaciones y solución e problemas*, Ed. Adison-Wesley Iberoamericana, México, pp. 198 – 255.

PETERS Max / Schaaf Wiliam 2002. *Algebra y Trigonometría*, Reverté Ediciones, México, pp. 286 – 294.

e@demás puedes visitar los siguientes sitios *web*:

http://www.julioleparc.org/es/text_detail.php?txt_cat_id=2&txt_id=41
http://images.google.com.mx/images?gbv=2&svnum=10&hl=es&q=euclides&btnG=B%C3%BAsqueda+de+im%C3%A1genes
http://images.google.com.mx/images?gbv=2&svnum=10&hl=es&q=euclides&btnG=B%C3%BAsqueda+de+im%C3%A1genes
http://html.rincondelvago.com/recta.html

SECUENCIA 3

Al término de esta secuencia serás competente si te aplicas en:

Conocimiento:
*Definición de triángulo.
*Tipos de triángulo por la longitud de sus lados.
*Tipos de triángulo por la medida de sus ángulos.
*Rectas y puntos notables.
*Área del triángulo: (b*h)/2
*Fórmula de Herón.
*Semiperímetro.
*Propiedades de los triángulos (Teoremas).
*Congruencia o igualdad de triángulos.
*Teorema de Tales de Mileto.

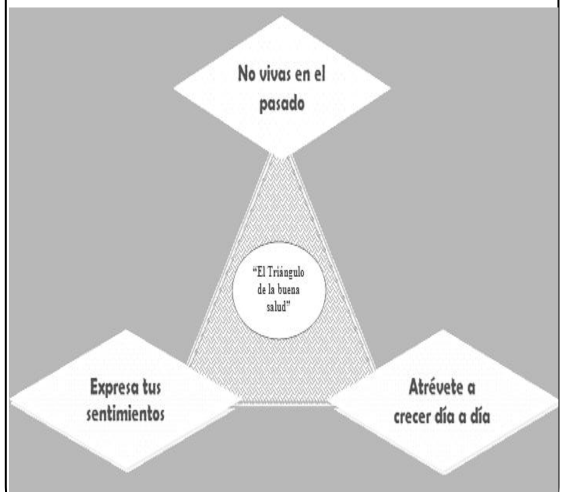
Habilidades

- Hacer uso correcto de la tecnología de la información y la comunicación.
- Analizaras las propiedades de los triángulos y propondrás innovaciones para los contenidos.
- Resolverás problemas mediante el uso de teoremas y obtendrás resultados para dar tus propuestas de solución.

Actitudes

- Colaboración -Responsabilidad
- Limpieza -Respeto
- Tolerancia -Disciplina

“EL TRIANGULO DE LA BUENA SALUD”.



No te limites: “Descubre las propiedades de los triángulos, sus teoremas y aplicaciones”

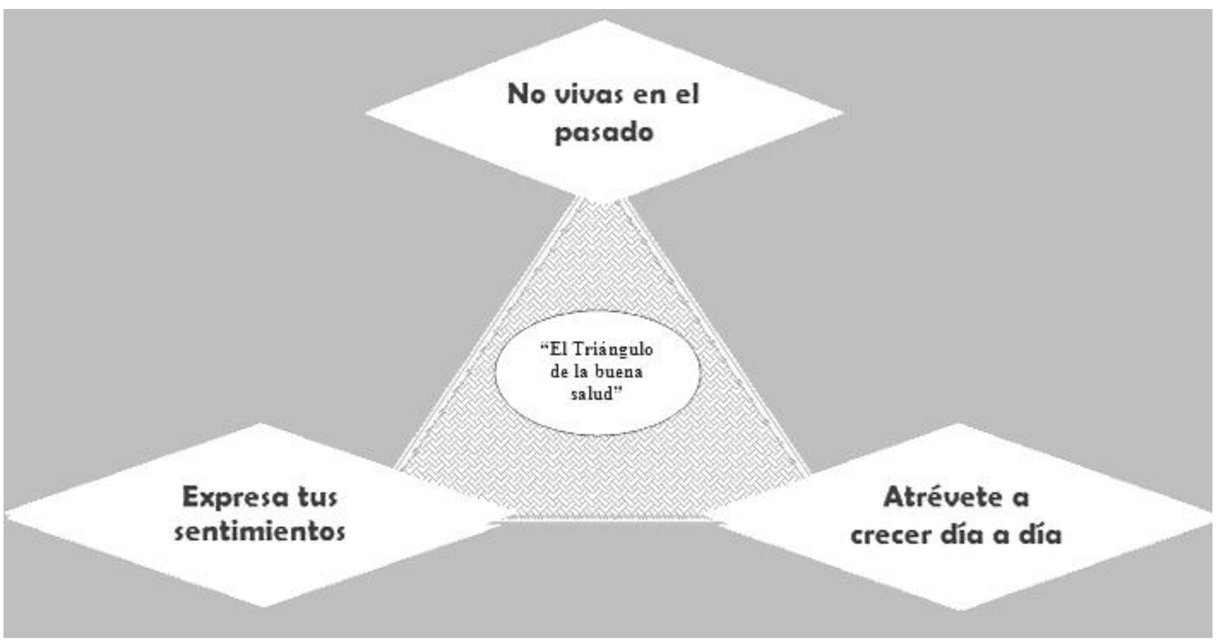
Actividad de Apertura

"El triángulo de la buena salud"

A lo largo de la historia humana, el hombre ha tenido que aprender a respetar y apreciar a la naturaleza, ha tenido que mediar la intervención de la ciencia y las transformaciones tecnológicas que alardean en la actualidad, ha creado costumbres y destruido culturas; y en todo este transcurso ha dejado de mano lo valioso de sí mismo: "Su salud".

La salud, que según el diccionario Espasa Ilustrado, ***"Es el estado en el que el organismo ejerce normalmente todas sus funciones",*** háblese de salud mental, física o espiritual, la salud representa para el ser humano el bienestar en su actuar cotidiano.

Todos los seres humanos estamos expuestos a tener un deterioro de la salud a causa de las actividades diarias y también por no disfrutar de la vida como debiésemos. Es por ello, que a continuación se te presenta el triangulo de la salud, donde se te darán a conocer algunos de los tips más importantes para que disfrutes tu vida al 100%:

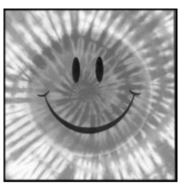


En esta razón te explicamos los elementos del triangulo de la buena salud:

- **NO VIVAS EN EL PASADO:** No sirve de nada cargar con el pasado, sabes por qué?:
  1. Es imposible hacer algo al respecto si ya pasó.
  2. Es imposible regresar el tiempo.
  3. Lo único que generas es algo que se llama "carga emocional", que te hará muy difícil disfrutar la vida.

- **EXPRESA TUS SENTIMIENTOS:** Disfruta tu día como si fuera el ultimo día de tu vida por 5 razones:
  1. Para que aprendas a disfrutar y exprimir segundo a segundo todo los bellos detalles que la vida y tus seres queridos te ofrecen, y que por ocupado , nunca valoras.

  2. Porque puede que si sea tu ultimo día de vida nadie sabe cuando uno se marchara, ni lo sabrá nunca, entonces hay que vivir el presente al 100 %.
  3. Al verte al espejo todas las mañanas, visualiza aquella persona a la que quieres llegar a ser, recuerda actuar todo el día, como la persona a la que quieres llegar a ser … ya que es el primer paso para lograrlo.



  4. Al despertar y durante el día no utilices frases como: ¡¡¡qué flojera!!!, nada más 3 minutitos mas, nooo... ¡¡¡apenas es lunes!!!; mejor utiliza frases como : *que bien me siento hoy, hoy es un excelente dia, me va a ir muy bien todo el dia, ¡¡¡que precioso día!!!,* aunque tal vez no lo sientas. ... sabes por qué?, porque tu mente subconsciente trabaja como el genio de la lámpara mágica, quieres flojera?, ¡deseo cumplido!!!..
  5. ¡¡¡cultiva tu mente todos los días!!!: ¡¡¡dedícale aunque sea 5 minutos diarios a aprender algo nuevo!!!, ¡¡¡nunca acabes tu día sin haberle aprendido algo nuevo a la vida!!!, así, no nos volvemos más viejos, no crees?. y acaba con el fenómeno destructivo llamado: M*onotonía.*

- **ATREVETE A CRECER DIA A DIA:** No tengas miedo a equivocarte, ¿sabes quienes son las únicas personas que no se equivocan?, ¡las que prefieren no hacer nada!, y recuerda que en esta vida…:

1. ¡¡¡No hay problemas, hay retos!!!.
2. ¡¡¡No hay fracasos, hay enseñanzas!!!.
3. ¡¡¡El presente es sobre lo único que podemos actuar, disfrútalo!!!.

No olvides que el triangulo de la salud, relacionado con la salud mental, física y espiritual, son tips para que disfrutes tu presente, aprecies tus días y seas más feliz en la vida, llenando con ello a tu ente mismo y a tus seres queridos, si tomas en cuenta estos tips podrás llegar a ser una persona más optimista y con una buena salud…

> *"No hay problemas, hay retos. No hay fracasos, hay enseñanzas.
> ¡¡¡El presente es sobre lo único que podemos actuar, disfrútalo!!!".*

Actividad Uno

Contesta las siguientes preguntas que están relacionadas a la lectura

1. Después de haber leído la lectura anterior, describe brevemente con tus palabras lo que es "la salud": ______________________________

2. Según la lectura, ¿Cuáles son los elementos del triangulo de la salud?. ______________________________.

3. ¿Por qué la buena salud se relaciona con no vivir en el pasado? ______________________________:

4. Menciona tres de las razones sugeridas en el elemento "Expresa tus sentimientos": ______________________________

5. Según la lectura, el tercer elemento del triangulo de la buena salud es: *"Atrévete a crecer día a día"*, en base a ese análisis, describe un ejemplo propio de tu experiencia personal ______________________________

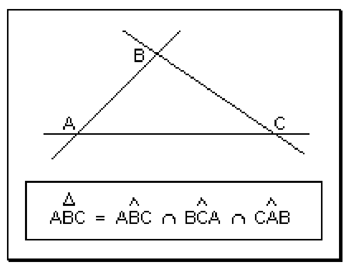
6. Finalmente, describe con tus palabras, el significado del ***Triangulo de la buena salud:*** ______________________________

Es importante entender que la relación y propiedades de los triángulos tienen que ver en gran medida, en la resolución de problemas que tienen como las proyecciones de sombras, alturas, relaciones de inclinación del sol, etc. Que son datos importantes en el análisis del problema que se plantea. Para ello lee con detalle la siguiente información que te permitirá entender mejor el problema.

Actividad de Desarrollo

Lee la siguiente información y resuelve las actividades que se te presentan al final de cada una de ella.

Un triángulo es una figura geométrica formada por la unión de tres semirrectas o segmentos de recta, las cuales comparten tres puntos de unión llamados vértices.



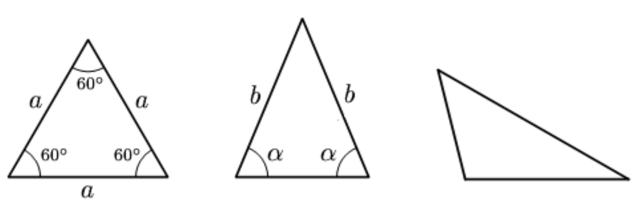
Tipos de triángulos

A) Por la longitud de sus lados se puede clasificar:

Triángulo equilátero: Sus tres lados tienen la misma longitud y los ángulos de sus vértices miden lo mismo (60°)

Triángulo isósceles: Tiene (al menos) dos lados y dos ángulos iguales

Triángulo escaleno: Todos sus lados y todos sus ángulos son distintos.



Equilátero Isósceles Escaleno

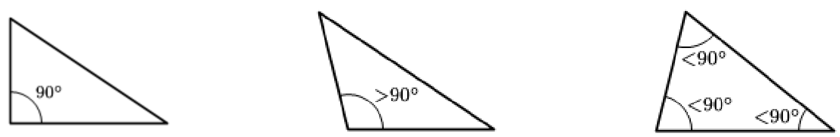
B) Por la medida de sus ángulos:

Triángulo rectángulo: Tiene un ángulo recto (90º). A los dos lados que forman un ángulo recto se les denomina *catetos* y al lado restante *hipotenusa*.

Triángulo obtusángulo: uno de sus ángulos es obtuso (mayor de 90º) y los otros dos son agudos (menor de 90º).

Triángulo acutángulo: Es aquel cuyos tres ángulos son menores a noventa. En particular, el triángulo equilátero es un ejemplo de triángulo acutángulo.

Triángulo oblicuángulo: Cuando no tiene un ángulo interior recto (90º), es decir que sea obtusángulo o acutángulo.



Rectángulo Obtusángulo Acutángulo

De lo anterior podemos deducir las siguientes cuestiones:

a) Los triángulos acutángulos pueden ser:

Triángulo equilátero, con los tres ángulos agudos e iguales a 60º y los tres lados iguales, este triángulo es simétrico respecto a sus tres alturas.

Triángulo acutángulo isósceles: con todos los ángulos agudos, siendo dos iguales, y el otro distinto, este triángulo es simétrico respecto de su altura diferente.

Triángulo acutángulo escaleno: con todos sus ángulos agudos y todos diferentes, no tiene ejes de simetría.

b) Los triángulos rectángulos pueden ser:

Triángulo rectángulo isósceles: con un ángulo recto y dos agudos iguales (de 45 cada uno), dos lados son iguales y el otro diferente, naturalmente los lados iguales son los catetos, y el diferente es la hipotenusa, es simétrico respecto a la altura que pasa por el ángulo recto hasta la hipotenusa.

Triángulo rectángulo escaleno: tiene un ángulo recto y todos sus lados y ángulos son diferentes.

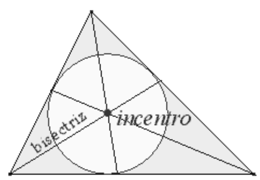
c) Los triángulos obtusángulos pueden ser:

Triángulo obtusángulo isósceles: tiene un ángulo obtuso, y dos lados iguales que son los que parten del ángulo obtuso, el otro lado es mayor que estos dos.

Triángulo obtusángulo escaleno: tiene un ángulo obtuso y todos sus lados son diferentes.

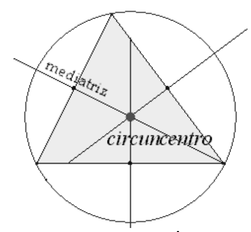
Rectas y puntos notables

Geométricamente se pueden definir varios centros en un triángulo:



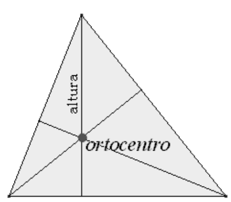
Bisectriz es la semirrecta que divide a un ángulo en dos partes iguales.

Incentro es el punto de intersección de las tres bisectrices de un triángulo. Es el centro de la circunferencia inscrita.



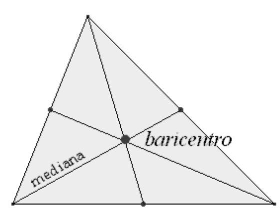
Mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al mismo en su punto medio.

Circuncentro es el punto de intersección de las tres mediatrices de un triángulo. Es el centro de la circunferencia circunscrita.



Altura es el segmento perpendicular comprendido entre un vértice y el lado opuesto.

Ortocentro es el punto de intersección de las tres alturas de un triángulo.



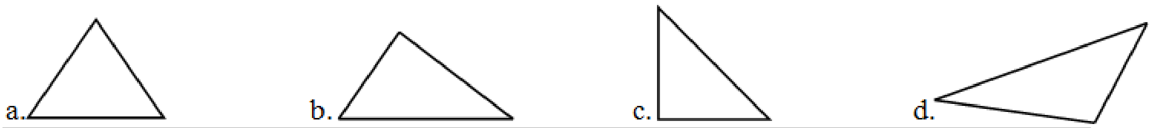
Mediana es el segmento comprendido entre un vértice y el punto medio del lado opuesto.

Baricentro es el punto de intersección de las tres medianas de un triángulo.

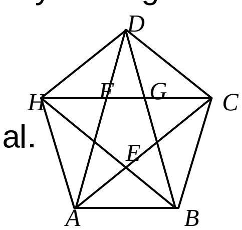
Actividad Dos

En pareja responde en tu libreta a los siguientes cuestionamientos:

1. Clasifique estos triángulos en escaleno, isósceles o equilátero; y posteriormente en acutángulo, rectángulo y obtusángulo.



2. Dibújese un triángulo isósceles que tenga un ángulo de 45°.
3. Dibújese un triángulo rectángulo escaleno.
4. Dibújese un triángulo obtusángulo que tenga un ángulo de 40°.
5. Dibújese un triángulo equilátero y trácese una altura.
6. Dibújese un triángulo obtusángulo y trácese todas sus bisectrices y obténgase su incentro.



7. De la siguiente figura resuelve los ejercicios 7, 8 y 9.

a) Cítese dos triángulos isósceles que tengan ***AB*** como lado desigual.

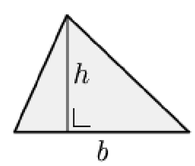
b) Cítese dos triángulos isósceles que tengan ***AB*** como lado igual.

c) Cítese un triángulo isósceles que tenga ***FG*** como uno de sus lados.

10. ¿Por qué un triángulo equilátero también es un triángulo isósceles? Explíquese haciendo referencia a la definición de << triángulo isósceles >>.

Cálculo de la superficie de un triángulo

Área del triángulo



La superficie también llamada área, de un triángulo se obtiene multiplicando la base por la altura (donde la altura es un segmento perpendicular que parte de la base hasta llegar al vértice opuesto). y dividiendo en dos. Siendo *b* la longitud de cualquiera de los lados del triángulo y *h* la distancia perpendicular entre la base y el vértice opuesto a esa base la superficie *S* queda expresada del siguiente modo:

$$S = \frac{bh}{2} = \frac{base * altura}{2}$$

Si conocemos las longitudes de los lados del triángulo (*a*, *b*, *c*) es posible calcular la superficie empleando la fórmula de Herón.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Donde $p = ½ (a + b + c)$ es el **semiperímetro** del triángulo.

Cuando el triángulo es muy "afilado" (la suma de los dos lados menores es muy similar al valor del lado mayor) la fórmula anterior es inestable numéricamente.

Rescribiendo la fórmula anterior obtenemos: (suponiendo $a \geq b \geq c$)

$$S = \frac{1}{4}\sqrt{(a+(b+c))(c-(a-b))(c+(a-b))(a+(b-c))}$$

Actividad Tres

En pareja y con tu Facilitador, resuelve los siguientes ejercicios que involucran el cálculo de áreas de triángulos:

1. Determina el área de un triángulo equilátero que mide 12 cm de lado.
2. Si el área de un triángulo isósceles es de 140 mm2 y de base 2.4 cm, ¿cuánto mide su altura?
3. Dos triángulos rectángulos isósceles de 8 m de base se juntan por su altura. ¿Cuánto mide el área total formada?
4. Las medidas de un triángulo son: 12, 16 y 22 cm respectivamente. ¿Cuánto mide su área?
5. Si el semiperímetro de un triángulo isósceles es de 32.5 m, y si su base es de 8.3 m, ¿cuánto miden sus otros lados y su área?

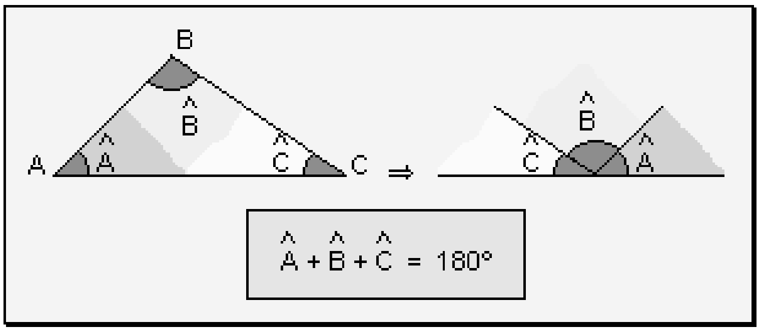
Propiedades de los triángulos (Teoremas).

1) Longitud de sus lados.

Una propiedad obvia de todos los triángulos es que la suma de las longitudes de dos de sus lados es siempre mayor que la longitud del tercer lado.

2) Suma de ángulos internos (Teorema).

La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180º.
Disponiendo los ángulos del triángulo en forma consecutiva se obtiene un ángulo llano.

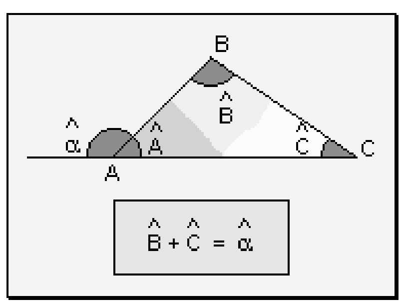


Otras propiedades adicionales (Corolarios):

- En todo triángulo, cada ángulo es igual a 180º menos la suma de los otros dos ángulos.
- Si en un triángulo un ángulo es rectángulo u obtuso, los dos ángulos restantes son agudos.
- Si dos triángulos tienen dos ángulos iguales, los terceros también son iguales.

3) **Propiedad del ángulo exterior (Teorema):**

Todo ángulo exterior de un triángulo es suplementario de su ángulo interior, así la suma de ambos igual a la suma de los dos ángulos rectos.

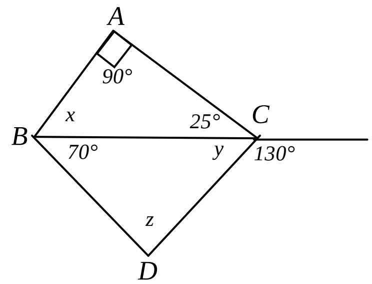


Otras propiedades (Corolario):

- En todo triángulo, cada ángulo exterior es mayor que cualquiera de los ángulos interiores.

Algunos ejemplos de este Teorema:

Determina el valor de *x, y* de la siguiente figura:

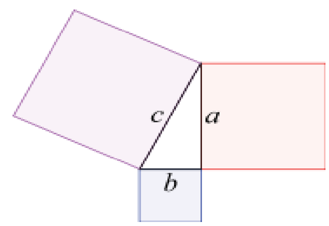


Aplicando el teorema de ángulos internos y externos
x estará dado por: $90° + 25° + x = 180°$ por lo tanto
$x = 180° - (90° + 25°)$
$\boldsymbol{x = 65°}$
por otra parte y estará dada por:
el suplementario de 130° o sea: $y + 130° = 180°$
entonces $y = 180° - 130°$
$\boldsymbol{y = 50°}$
finalmente z estará dado por: $z + 70° + 50° = 180°$
entonces: $z = 180° - (70° + 50°)$
$\boldsymbol{z = 60°}$

4) Propiedad de la medida de los lados (Teorema de Pitágoras):

Para cualquier triángulo rectángulo cuyos catetos midan *a* y *b*, y cuya hipotenusa mida *c*, se verifica que:(Teorema de Pitágoras)

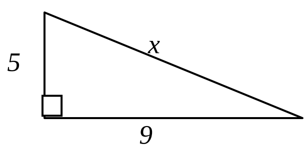
$$a^2 + b^2 = c^2$$



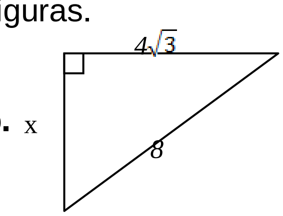
Algunos ejemplos de este Teorema:

1) Determina el valor de *x*, en las siguientes figuras.

a.



b.



Aplicando el teorema de Pitágoras en:

a. $x^2 = 5^2 + 9^2$

Despejando: $x = \sqrt{5^2 + 9^2}$

$x = \sqrt{25 + 81} = \sqrt{106}$

$x = 10.296$

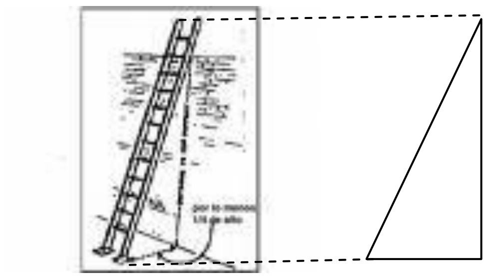
b. $8^2 = (4\sqrt{3})^2 + x^2$

$x^2 = 8^2 - (4\sqrt{3})^2$ $\quad x = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{3})^2}$

$x = \sqrt{64 - 48} = \sqrt{16}$

$x = 4$

2) Resuelve el problema: Una escalera de 10 m de longitud está apoyada sobre la pared. El pie de la escalera dista 6 m de la pared. ¿Qué altura alcanza la escalera sobre la pared?



Aplicando el teorema de Pitágoras queda:

$10^2 = h^2+6^2 \qquad h^2 = 10^2 - 6^2$

$h = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36}$

h = 8 m

Actividad Cuatro

En pareja, y con el apoyo de tu facilitador, resuelve los siguientes ejercicios que involucran el cálculo de áreas de triángulos:

1. La medida de los ángulos de la base de un triángulo isósceles se representa por x, y el ángulo del vértice, $2x + 30$. Encuéntrese la medida de cada ángulo.

2. Las medidas de los ángulos de un triángulo se representan por $2x + 15$, $x + 20$, $3x + 25$. Encuéntrese las medidas de los ángulos y determina a qué tipo de triángulo corresponde.

3. Pruébese que los ángulos de la base de un triángulo isósceles miden 45° cada uno.

4. Calcula lo que mide la diagonal de un rectángulo sabiendo que uno de sus lados mide 8 cm y que su perímetro es de 30 cm.

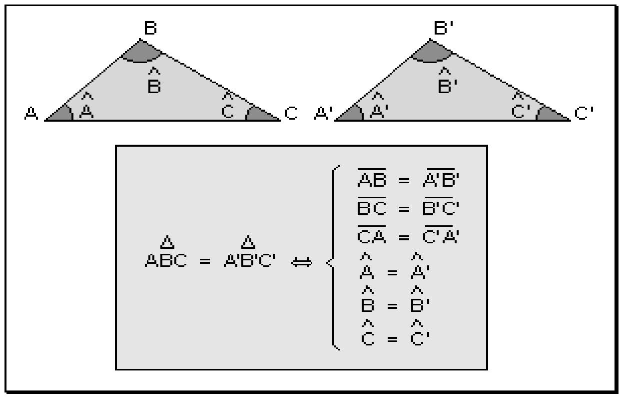
5. Determinar el área del cuadrado inscrito en una circunferencia de longitud 18.84 m.

6. El perímetro de un trapecio isósceles es de 110 m, las bases miden 40 y 30 m respectivamente. Calcular los lados no paralelos y el área.

7. Los catetos de un triángulo inscrito en una circunferencia miden 22.2 cm y 29.6 cm respectivamente. Calcular la longitud de la circunferencia y el área del círculo

Congruencia o igualdad de triángulos

Dos triángulos son congruentes cuando tienen todos sus lados y ángulos respectivamente congruentes.

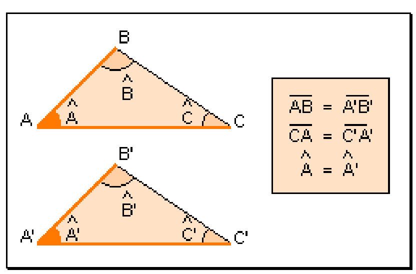


Sólo es necesario verificar que ciertos elementos sean congruentes para que dos triángulos sean iguales, por lo que se definen **4 criterios de igualdad de triángulos**. A partir de los criterios de igualdad anteriores derivan los criterios de igualdad de **triángulos rectángulos**.

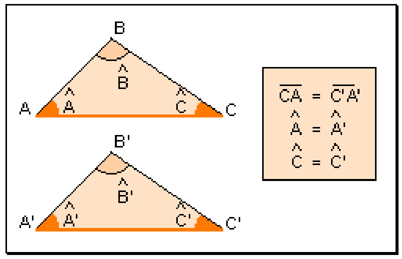
La igualdad de triángulos cumple las propiedades **reflexiva, simétrica y transitiva**.

Criterios de igualdad de triángulos

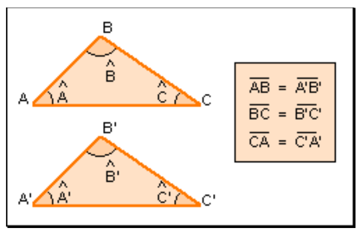
- **Primer criterio:** Dos triángulos que tienen dos lados y el ángulo comprendido respectivamente iguales, son iguales.



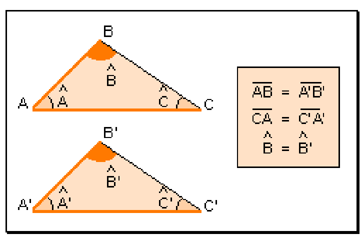
- **Segundo criterio:** Dos triángulos que tienen dos ángulos y un lado respectivamente iguales, son iguales.



- **Tercer criterio:** Dos triángulos que tienen sus tres lados respectivamente iguales, son iguales.



- **Cuarto criterio:** Dos triángulos que tienen dos lados y el ángulo opuesto al lado mayor respectivamente iguales, son iguales.



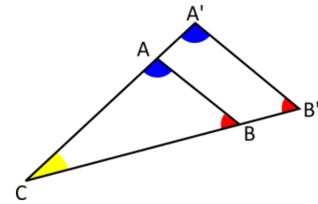
Semejanza de triángulos

Se podría afirmar, con lo que ya se conoce, que dos triángulos son semejantes si poseen una misma forma (todos sus ángulos de la misma medida) y sus partes guardan una proporción (lados).

En la figura, los ángulos correspondientes son A = A', B = B' y C = C'. Para denotar que dos triángulos ABC y DEF son semejantes se escribe ABC ~ DEF, donde el orden indica la correspondencia entre los ángulos: A, B y C se corresponden con D, E y F, respectivamente.

Por su parte, dos triángulos son semejantes si las razones de los lados correspondientes son iguales, lo que nos conduce al teorema de ***Tales de Mileto***.

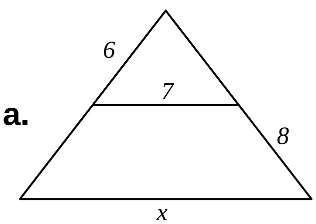
$$(ABC \sim A'B'C') \Longleftrightarrow \left\{ \begin{matrix} \widehat{A} = \widehat{A'} \\ \widehat{B} = \widehat{B'} \\ \widehat{C} = \widehat{C'} \end{matrix} \right\} \Longleftrightarrow \left(\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} \right)$$



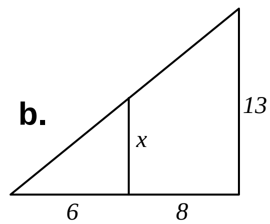
Ejemplo de uso:

Encuentra el valor de *x* en las figuras:

a.



b.



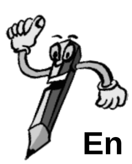
Estableciendo el Teorema de Tales:

$$\frac{x}{7} = \frac{8+6}{6} \qquad x = \frac{(8+6)(7)}{6}$$

$$x = \frac{98}{6} \qquad \mathbf{x = 16.33}$$

$$\frac{x}{13} = \frac{8+6}{6} \qquad x = \frac{(8+6)(13)}{6}$$

$$x = \frac{182}{6} \qquad \mathbf{x = 30.33}$$



Actividad Cinco

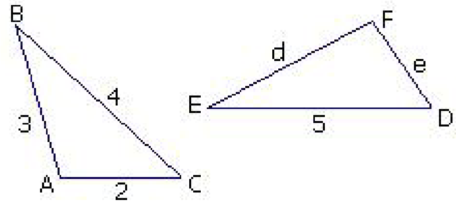
En pareja, y con el apoyo de tu Facilitador, resuelve los siguientes ejercicios aplicando las propiedades de congruencia y semejanza de triángulos

1. Las medidas respectivas de los lados de un triángulo son 3cm, 5cm y 6cm. Si el más corto de los lados de otro triángulo semejante mide 4cm, encontrar la medida de cada uno de los otros dos lados. Sugerencia: Haga el dibujo de los triángulos en la posición normal y asigne sus medidas.

2. Las medidas respectivas de los lados de un triángulo son 12cm, 14cm y 9cm. Si el más largo de los lados de otro triángulo semejante mide 350cm, encontrar la medida de los otros dos lados.

3. Las medidas respectivas de los lados de un triángulo son 21cm, 18cm y 36cm. Si un lado mide 7cm y no es el más largo ni el más corto de los lados de un triángulo semejante, encontrar la medida de los otros dos lados.

4. De acuerdo a la figura adjunta: ∠ A ≅ ∠ D y ∠ B ≅ ∠ E. Hallar las medidas respectivas de **d** y **e**.



5. Utilice todos los criterios de congruencia dependiendo del caso, para dibujar los siguientes triángulos:

   a) Un triángulo cuyas medidas de sus lados son: 6 cm, 5 cm, y 7 cm.
   b) Un triángulo isósceles cuya medida del lado congruente es de 8.5 cm y ángulo superior a la base de 40°.
   c) Un triángulo rectángulo isósceles cuyo cateto igual a 12 cm.
   d) Un triángulo escaleno cuya base mide 6.5 cm y ángulos en la base de 50° y 70°.

Actividad de Cierre

Llego la hora de aplicar lo que hemos visto hasta el momento, resuelve la siguiente situación que se te plantea en tu libreta.

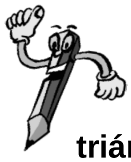
Cierta pirámide a plena luz del día proyecta su sombra a lo largo del suelo con una longitud de 275 metros. Si una persona normal de 1.68 metros proyecta una sombra de 46 metros a la misma hora, ¿cuánto medirá la altura de esta pirámide?, ¿cuál será la longitud de la parte inclinada de la pirámide?, ¿qué área de terreno cubre?

1. ¿Cómo se podrá compara la altura de una persona con la de una pirámide?

2. ¿Qué idea tienes de cómo resolverlo?

3. ¿Qué información será necesaria para resolverlo?

4. ¿Qué tendrá que ver la proyección del sol?

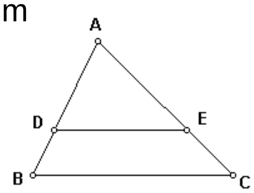


Actividad Seis

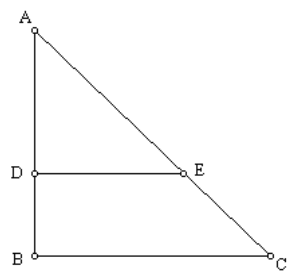
Lee cuidadosamente cada uno de los siguientes ejercicios-problemas y resuélvelos apropiando las propiedades y teoremas de triángulos.

1. Calcula los lados de un rombo de diagonales 98 cm y 48 cm

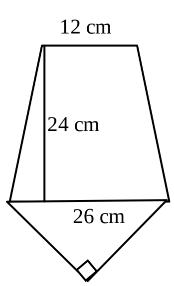
2. ¿Qué altura tiene el Templo si su sombra mide 6 metros, la altura del árbol es de 3 metros y la distancia desde la copa del árbol hasta donde termina su sombra es de 5 metros?
3. Encuentre la medida del segmento EC conociendo que: BC||DE, |AB|=9cm, |DA|=6cm, |AC|=15cm



4. Encuentre la medida del segmento AC conociendo que: DE||BC, medida del ángulo EDA=90º, |AD|=2cm, |DE|=3cm y |BC|=18cm



5. Calcula el valor de cada lado de un triángulo rectángulo cuyas medidas son: a = x, b = x+2, c = 10.
6. En un triángulo rectángulo los catetos miden 4.5 m y 6 m; en otro triángulo rectángulo, un cateto mide 7.2 m y la hipotenusa 7.5 m, ¿cuál de los dos tiene mayor perímetro?
7. La diagonal de un rectángulo de lados 5 m y 12 m, es igual al lado de un cuadrado. ¿Cuánto mide la diagonal de ese cuadrado?
8. Este pentágono se ha formado haciendo coincidir la base mayor de un trapecio isósceles con la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles. Hallar el perímetro del pentágono.



Coevaluación

Ahora se te presenta una actividad en la que tendrás oportunidad de producir o construir a partir de los aprendizajes adquiridos hasta el momento sobre Semejanza, Propiedades y Teoremas de triángulos.

Por otra parte, para darnos cuenta de nuestro avance actitudinal, te presentamos un instrumento en el que podrás evaluar el comportamiento de tus compañeros en la(s) actividad(es) en equipo de esta secuencia. Es muy importante ser muy objetivos, por lo que te pedimos ser veraz con lo que indiques, ya que será de gran ayuda para tus compañeros. Al término de éste, entrégalo los resultados a tu maestro-facilitador, el les indicará la manera de procesar esta información.

***Instrucciones*.-** Los enunciados siguientes son descripciones de comportamientos que durante el trabajo en equipo pudieron manifestar tus compañeros, en 6 habilidades actitudinales. Lee cada descripción y escribe los nombres de los estudiantes de tu equipo que mejor la cumplan. Tus elecciones serán confidenciales. Considera lo siguiente:

1. Anota el nombre completo de tus compañeros en la lista, asegúrate del número que le corresponda a cada uno de ellos.
2. De cada pregunta, pon una “X” al número que corresponda el o los compañeros que participaron contigo en las actividades en equipo de esta secuencia, que cumplan con la condición de cada pregunta. Es importante que consideres solo aquel o aquellos compañero(s) que cumplen con ese rasgo.
3. Un mismo compañero puede cumplir con más de una descripción, por lo que puedes repetir el número en todas las preguntas (rasgos) que consideres.
4. Puedes anotar cualesquier observación o aclaración que tengas en cada pregunta.

Lista de compañeros:

No.	**Nombre compañero participante**		
	Apellido Paterno	**Apellido Materno**	**Nombre(s)**
1			
2			
3			
4			
5			

Evaluación:

No.	Preguntas	Evaluación					
		Integrantes					Observaciones
		1	2	3	4	5	
Habilidad: *Capacidad de aprender por cuenta propia*							
1	¿Quién busca continuamente el conocimiento por sus propios medios en diversas fuentes de información?						
2	¿Quién tiene hábitos de estudio que implican disciplina, concentración, responsabilidad, búsqueda de información y verdadero deseo de aprender?						
3	¿Quién reconoce que la responsabilidad de aprender es algo personal y no responsabiliza a nadie de no haber aprendido algo?						
Habilidad: *Capacidad de análisis, síntesis y evaluación*							
1	¿Quién continuamente estructura la información importante de un problema, de tal forma que facilite la comprensión de la situación problemática?						
2	¿Quién frecuentemente detecta las ideas básicas de una situación problemática, genera soluciones correctas y elige las más convenientes?						
3	¿Quién frecuentemente formula juicios críticos sobre las soluciones que se proponen para determinado problema?						
Habilidad: *Pensamiento crítico*							
1	¿Quién analiza con frecuencia la información desde diversos puntos de vista?						
2	¿Quién identifica continuamente las ventajas y las desventajas de una decisión?						
3	¿Quién detecta con frecuencia las áreas de mejora en un determinado procedimiento?						
Habilidad: *Creatividad*							
1	¿Quién continuamente genera ideas originales o soluciones nuevas?						
2	¿Quién es original e imaginativo?						
3	¿Quién con frecuencia promueve un ambiente de innovación?						
4	¿Quién respeta las ideas creativas de otras personas?						
Habilidad: *Trabajo en equipo*							
1	¿Quién repetidamente muestra buenas habilidades de comunicación que le permitan saber hacer peticiones, ofrecimientos y reclamos, así como escuchar, negociar y responsabilizarse de sus promesas?						
2	¿Quién respeta las aportaciones de los demás miembros de su grupo, aun cuando vayan en contra de las aportaciones propias?						
3	¿Quién antepone los objetivos del grupo a los objetivos personales?						
4	¿Quién con frecuencia reconoce las diferentes habilidades de cada uno de los miembros del grupo y las aprovecha para lograr el mejor resultado?						

5	¿Quién es responsable del producto final del trabajo del grupo?						
Habilidad: ***Valores***							
1	¿Quién acepta cuando se equivoca, reconoce y afronta sus errores, y se responsabiliza de las consecuencias?						
2	¿Quién reconoce los logros de sus compañeros?						
3	¿Quién es puntual en la entrega de las actividades?						
4	¿Quién cumple con las fechas límite para terminar las tareas que se comprometió a llevar a cabo?						

Para saber más

BIBLIOGRAFÍA:

BALDOR Aurelio 1997, *Geometría y Trigonometría*, 15ta. Reimpresión, México, pp. 221 – 232.

COBACH Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora (Dirección Académica) 2006, *Modulo de Aprendizaje de Matemáticas 2 paraaegundo semestre (Guía de Estudio)*, México, pp. 97 – 114.

CLEMENS Stanley, O´Daffer Phares, Cooney Thomas 1989, *Geometría con aplicaciones y solución e problemas*, Ed. Adison-Wesley Iberoamericana, México, pp. 198 – 255.

PETERS Max / Schaaf Wiliam 2002. *Algebra y Trigonometría*, Reverté Ediciones, México, pp. 286 – 294.

DICCIONARIO ENCILOPEDICO PEQUEÑO ESPASA ILUSTRADO, ESPASA CALPE, S.A., pp. 1520 Madrid, 2009.

e @demás puedes visitar los siguientes sitios *web*:

http://www.phy6.org/stargaze/Mtrig6.htm

http://personal5.iddeo.es/ztt/For/F7_Triangulos.htm

http://personal5.iddeo.es/ztt/For/F7_Triangulos.htm

http://nogal.mentor.mec.es/~lbag0000/html/triangulos_rectangulos.htm

SECUENCIA 4

“EL PEOR ENEMIGO DE TU SALUD: EL ESTRES”.

“EL ARTE DE MANEJAR LOS POLIGONOS SIN ESTRES”

Al término de esta secuencia serás competente si te aplicas en:

Conocimiento:
*Definir los elementos característicos de los polígonos.
*Distinguir entre polígonos cóncavos y convexos.
*Reconocer polígonos regulares y describir sus elementos.
*Clasificar triángulos y cuadriláteros.
*Calcular áreas de diferentes polígonos.
*La suma de los ángulos internos y externos.
*Perímetro y área del rectángulo.
*Semejanza de triángulos.

Habilidades
- Hacer uso correcto de la tecnología de la información y la comunicación.

- Seguir instrucciones para utilizar diferentes formas de manejar el cálculo de los ángulos internos y externos de los polígonos y determinar el perímetro y área del rectángulo.

- Resolverás problemas mediante el uso de cálculos de los elementos básicos de las figuras geométricas y obtener resultados para dar tus propuestas de solución.

- Analizaras algunas maneras de llevar cabalmente los contenidos sin necesidad de sentir estrés.

Actitudes
- Colaboración -Responsabilidad
- Limpieza -Respeto
- Tolerancia -Disciplina

A continuación te invitamos a leer y reflexionar sobre el siguiente texto relacionado con la salud: “El peor enemigo de tu salud: El Estrés”.

Actividad de Apertura

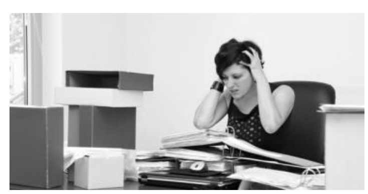
EL PEOR ENEMIGO DE TU SALUD: "EL ESTRES"

En el mundo en que vivimos nos encontramos expuestos a muchos retos que la misma vida nos brinda, quizás, al enfrentarnos a situaciones a las que no estábamos acostumbrados o a sobrecargas de actividades que a veces se nos juntan. Acaso, no te ha pasado que en ocasiones: ¿Sientes demasiada tensión emocional y que se te exige demasiado?, ¿No duermes bien preocupado(a) por los exámenes y las tareas escolares?, ¿Comes de prisa porque estás demasiado ocupado(a)?, y que aunque estés en horas libres estas pensando en todas las actividades y compromisos que tienes que realizar y no te sientes pero para nada a gusto.

El estrés es una sensación que creamos al reaccionar a ciertas situaciones que se nos presentan. Es la manera en la que el cuerpo se enfrenta a un reto y se prepara para actuar ante un evento difícil con enfoque, fortaleza, vigor y agudeza mental.

Las situaciones que provocan el estrés se encuentran en una variedad de contextos, que pueden ir desde un peligro, el exceso de tareas y compromisos, hasta llevar alguna asignatura difícil. El cuerpo humano responde a estas situaciones activando el sistema nervioso y ciertas hormonas. El hipotálamo envía señales a las glándulas adrenales para que produzcan más adrenalina y cortisol y envíen estas hormonas al torrente circulatorio.

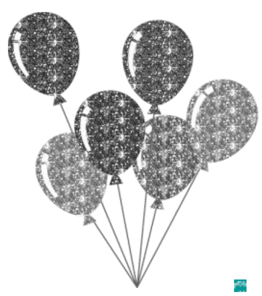
Estas hormonas aumentan la frecuencia cardíaca, la frecuencia respiratoria, la presión arterial y el metabolismo. Los vasos sanguíneos se ensanchan para permitir una mayor circulación sanguínea hacia los músculos, poniéndolos en alerta. Las pupilas se dilatan para mejorar la visión. El hígado libera parte de la glucosa almacenada para aumentar la energía del cuerpo. Y el cuerpo produce sudor para refrescarse. Todos estos cambios físicos preparan a la persona para reaccionar rápidamente y eficazmente cuando siente tensión emocional.



Esta reacción se conoce como respuesta al estrés. Cuando funciona como es debido, esta reacción es la mejor forma para que la persona funcione bajo presión. Pero la respuesta al estrés también puede causar problemas cuando es extrema. El sistema nervioso siente una tensión continua y se mantiene relativamente activo a fin de continuar liberando hormonas adicionales durante un período de tiempo prolongado. Esto puede agotar las reservas del cuerpo, haciendo que la persona se sienta agotada o abrumada, debilitando el sistema inmunológico del cuerpo y ocasionando otros problemas.

Se dice que el estrés puede ser bueno o malo, por ejemplo, tener un poco de estrés porque tienes un examen puede motivarte a estudiar más. Pero cuando el examen te causa mucho estrés, te concentras menos en la asignatura que necesitas aprender.

Las presiones que son extremadamente intensas, que perduran por mucho tiempo, o los problemas que hay que afrontar sin ayuda, pueden ocasionar una sobrecarga de estrés. A continuación mencionamos varias situaciones que pueden ser agobiantes si continúan por largo tiempo:



- Ser víctima de intimidación o estar expuesto a violencia o lesiones físicas.
- Relaciones tensas, conflictos familiares, la tristeza ocasionada por un corazón quebrantado, o el fallecimiento de un ser querido.
- Problemas continuos en la escuela ocasionados por un problema de aprendizaje o cualquier otro problema como (ADHD) - trastorno de falta de atención por hiperactividad, el cual deja de causar estrés una vez que se reconoce y se trata con el apoyo adecuado.
- Estar siempre apurado, no tener tiempo para descansar y relajarse, y estar siempre en movimiento.

Todas las personas sienten el estrés de una manera diferente. Algunas personas se enfadan, comportándose de manera poco apropiada y desquitándose con los demás. Otras personas lo esconden y comienzan a padecer de problemas alimentarios o abuso de sustancias ilegales. Las personas que padecen de una enfermedad crónica también notan que los síntomas de su enfermedad se crecentan cuando tienen una sobrecarga de estrés.

Mantén el estrés bajo control

¿Qué puedes hacer para manejar la sobrecarga de estrés, o mejor aún, eliminarla? El mejor método para hacerle frente al estrés es aprender a manejar el estrés que acompaña cualquier reto; ya sea bueno o malo. El arte de manejar el estrés se va perfeccionando si se usa con regularidad, no solamente cuando se está bajo presión. Saber cómo eliminar el estrés y hacerlo durante situaciones calmadas puede ayudarte a pasar por circunstancias difíciles que puedan surgir. A continuación mencionamos varias sugerencias que ayudan a controlar el estrés:

- **No te sobrecargues con actividades.** Si te sientes tenso, piensa en eliminar una o dos actividades, optando por mantener las más importantes.
- **Se realista.** No trates de ser perfecto - nadie lo es. Esperar perfección de los demás aumenta

el nivel de tu estrés (sin mencionar la presión que ejerce sobre los demás). Si necesitas ayuda con algo, como el trabajo escolar, pídela.

- **Duerme bien.** Cuando se duerme la cantidad de horas necesarias, el cuerpo y la mente se mantienen en buen estado, pudiendo manejar cualquier situación negativa que cause estrés. Debido a que el "reloj del sueño" biológico cambia durante la adolescencia, muchos adolescentes prefieren acostarse más tarde en la noche y dormir más tarde en la mañana. Pero si te acuestas tarde y tienes que levantarte temprano para ir a la escuela, no dormirás la cantidad de horas necesarias.
- **Aprende a relajarte.** El antídoto natural del cuerpo para el estrés se llama respuesta de relajamiento. Es lo opuesto al estrés y crea una sensación de calma y bienestar. Los beneficios químicos de la respuesta de relajamiento pueden activarse simplemente relajándote. Puedes provocar la respuesta de relajamiento si aprendes unos simples ejercicios de respiración y los usas cuando estés en una situación que te cause estrés.

  Asegúrate de mantenerte relajado y de tomar tiempo para disfrutar de actividades que te calmen y sean placenteras: leer un buen libro, tomar tiempo para disfrutar de tu pasatiempo favorito, jugar con tu animalito preferido, o darte un baño relajante.
- **Cuida tu cuerpo.** Los expertos están de acuerdo en que ejercitarse con regularidad ayuda a las personas a manejar el estrés. (El ejercicio excesivo o compulsivo puede contribuír al estrés, por lo tanto, debe hacerse con moderación) Aliméntate bien para que tu cuerpo funcione de la mejor forma posible. Cuando sientes estrés, es fácil comer apresuradamente y comer comidas rápidas o que no son nutritivas. Cuando tienes estrés, tu cuerpo necesita más vitaminas y minerales que nunca. Algunas personas usan drogas para escapar de la tensión emocional. Aunque parezca que el alcohol y las drogas alivian la tensión emocional momentáneamente, la realidad es que depender de ellos causa más estrés porque afecta la habilidad natural del cuerpo para recuperarse.

- **Cuida tus pensamientos.** Tus perspectivas, actitud y pensamientos influyen mucho en la manera en que percibes las situaciones. ¿Está tu copa medio llena o medio vacía? Una buena dosis de optimismo te ayudará a salir adelante en situaciones difíciles. Aunque no tengas práctica o seas algo pesimista, todos podemos aprender a pensar con más optimismo y disfrutar de los beneficios.

Resuelve los problemas sencillos. Aprender a resolver los problemas cotidianos te hace sentir en control. Evitarlos puede hacerte sentir que tienes poco control de la situación, causándote todavía más estrés. Aprende a evaluar la situación con calma, a pensar en las opciones que tienes, y a tomar los pasos necesarios para resolver el problema. Cuando te sientes capaz de resolver problemas pequeños, tendrás la confianza necesaria para resolver problemas más complejos - lo cual te ayudará en situaciones que te causen mucho estrés.

Aumenta tu resistencia. ¿Has notado que ciertas personas parecen adaptarse a las circunstancias difíciles sin alterarse? Se mantienen serenos bajo presión y pueden resolver los problemas según van surgiendo. Las cualidades que hacen que ciertas personas posean una resistencia natural aun cuando se enfrentan a circunstancias que producen mucho estrés son las siguientes actitudes y comportamientos:

- Piensa en los cambios como retos normales en tu vida.
- Reconoce las demoras y las derrotas como un problema momentáneo que puedes resolver.
- Piensa que tendrás éxito si continúas avanzando hacia tu meta.
- Resuelve los problemas cuando surjan.
- Establece relaciones firmes y cumple con tus compromisos con tu familia y amistades.
- Consigue un buen sistema de apoyo y pide ayuda.
- Participa en actividades para relajarte y divertirte con regularidad

"Aprende a pensar que los retos son oportunidades y las situaciones difíciles no son desastres, sino problemas momentáneos. Resuelve los problemas y pide ayuda y consejos de otras personas, en vez de quejarte y permitir que se te acumule el estrés. Fija tus propias metas y mantente al tanto de tu progreso. Toma tiempo para relajarte. Sé optimista. Cree en ti mismo. Respira. Permite que un poquito de estrés te motive a tomar una acción positiva que te ayude a alcanzar tus metas".

Actividad Uno
Contesta las siguientes preguntas en relación a la lectura

1. Después de haber leído la lectura anterior, describe brevemente con tus palabras lo que es el estrés:______________________________________
   ____
   ____

2. Según la lectura, ¿Cuáles son las características que describen que una persona presenta estrés?, describe si te identificas con alguna de ellas, y por qué.____
   ____
   ____

3. ¿Por qué se menciona en la lectura que existe estrés bueno y estrés malo?____
   ____
   ____

4. Menciona cuatro sugerencias que ayudan a controlar el estrés:____
   ____
   ____.

5. Según la lectura, ¿cuáles son los beneficios de actuar con optimismo?:____
   ____
   ____

6. ¿Crees que sea cierto que el estrés afecta más a las personas adultas que a los jóvenes?, ¿por qué?:_______________________________________
   ____
   ____

7. Escribe una frase creada por ti que describa una forma positiva de controlar o eliminar el estrés, según tu experiencia:____
   ____
   ____

Actividad Dos

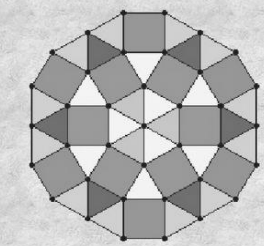
Atrévete a dar respuesta a los siguientes cuestionamientos:

Curiosidades

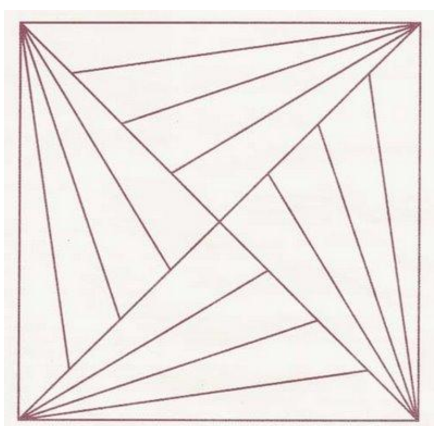
¿Sabias que: la torre Eiffel es hoy uno de los monumentos más conocidos del mundo?. Los ángulos, alturas y anchuras de cada sección fueron medidas cuidadosamente para su construcción.

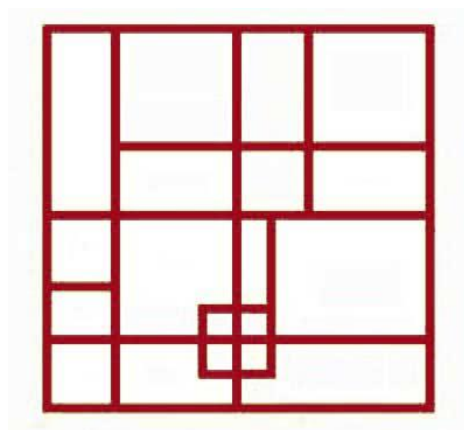
Construcciones humanas

¿Podrías calcular la suma de los ángulos exteriores de cada una de las figuras geométricas que observas en este hermoso vitral?



Observa las siguientes figuras:

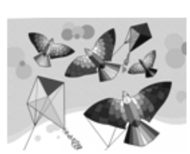




1.- Analiza la figura del lado izquierdo, cuantos triángulos se pueden contar en la figura?.

2.- En la imagen del lado derecho, cuantos cuadrados hay sin importar su tamaño?.

A partir de este momento, iniciaremos con el contacto de la geometría de las figuras planas, en la realidad, para ello conoceremos el concepto que rige a los polígonos.

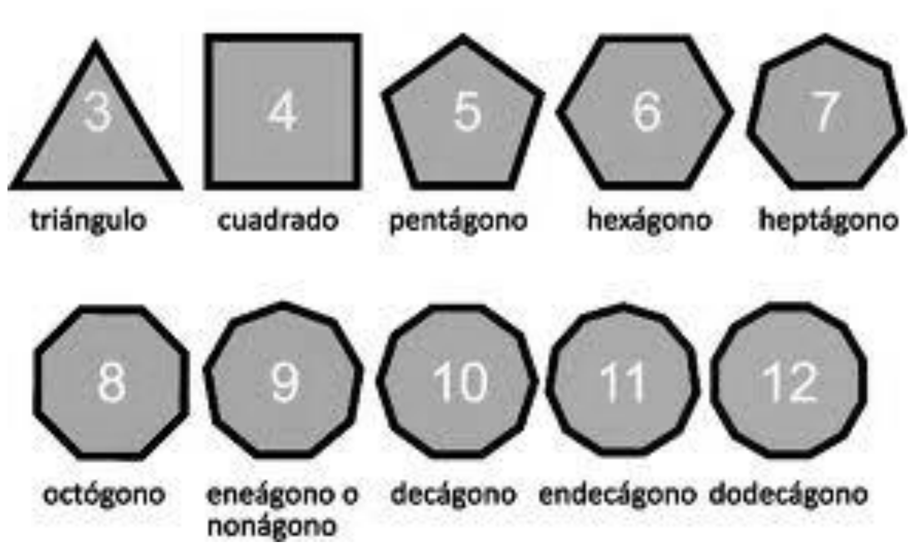


Actividad de Desarrollo

Un polígono es una parte cerrada del plano cuyos bordes son segmentos rectos.

Los polígonos como los triángulos y cuadriláteros son formas geométricas que podemos encontrar en el mundo que nos rodea: en la naturaleza, en el arte y en los objetos fabricados por el ser humano. De ahí que sea importante para todos, el conocimiento de estas figuras y de sus elementos.

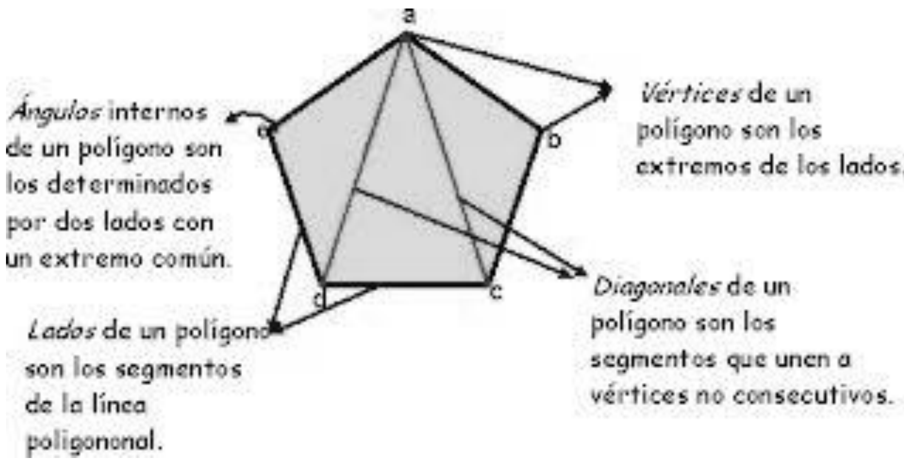
Un polígono es la región del plano limitada por tres o más segmentos. La palabra polígono proviene del griego POLYGONOS; de POLYS, que significa muchos y de GONIA que significa ángulos.

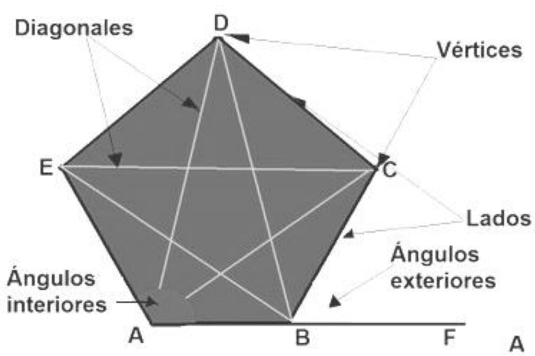


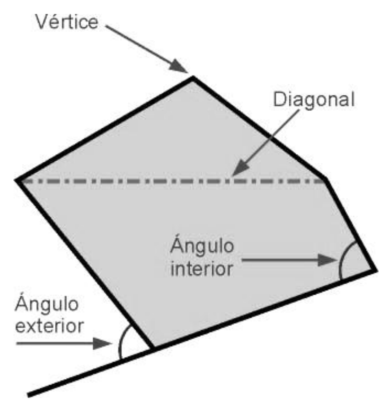
Los Elementos de los polígonos son: Diagonal, lado, vértice, ángulo.

- **Contorno del polígono:** es la línea poligonal que lo limita.
- **Lados del polígono**: segmentos rectilíneos que forman el contorno.
- **Vértices del polígono:** puntos donde se unen dos lados consecutivos del polígono.
- **Ángulos interiores del polígono:** formados por cada dos lados consecutivos.
- **Diagonal del polígono:** segmento que une dos vértices que no son consecutivos.

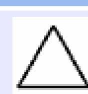
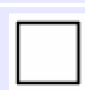
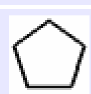
En los dibujos de abajo puedes observar ejemplos de los elementos de los polígonos:

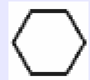
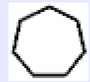
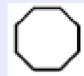
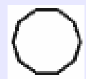
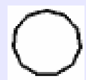
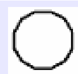






Los polígonos reciben el nombre dependiendo del número de lados. Si los polígonos son regulares resultan de la siguiente manera:

Nombre	Lados	Forma	Ángulo interior
Triángulo *(o trígono)*	**3**		60°
Cuadrilátero *(o tetrágono)*	**4**		90°
Pentágono	**5**		108°

Nombre	Lados	Forma	Ángulo interior
Hexágono	**6**		120°
Heptágono *(o Septágono)*	**7**		128.571°
Octágono	**8**		135°
Nonágono *(or eneágono)*	**9**		140°
Decágono	**10**		144°
Endecágono *(or undecágono)*	**11**		147.273°
Dodecágono	**12**		150°
Tridecágono	**13**		152.308°
Tetradecágono	**14**		154.286°
Pentadecágono	**15**		156°
Hexadecágono	**16**		157.5°
Heptadecágono	**17**		158.824°
Octadecágono	**18**		160°
Eneadecágono	**19**		161.053°
Icoságono	**20**		162°
Triacontágono	**30**		168°
Tetracontágono	**40**		171°
Pentacontágono	**50**		172.8°
Hexacontágono	**60**		174°
Heptacontágono	**70**		174.857°
Octacontágono	**80**		175.5°
Eneacontágono	**90**		176°
Hectágono	**100**		176.4°
Chiliágono	**1,000**		179.64°
Miriágono	**10,000**		179.964°
Megágono	**1,000,000**		~180°
Googológono	$\mathbf{10^{100}}$		~180°
n-ágono	**n**		(**n**-2) × 180° / **n**

Para saber cómo se llama un polígono de menos de 100 lados, podemos nombrarlos haciendo una combinación de prefijos, como en la siguiente tabla agregando la terminación “GONO”.

<u>Por ejemplo:</u>

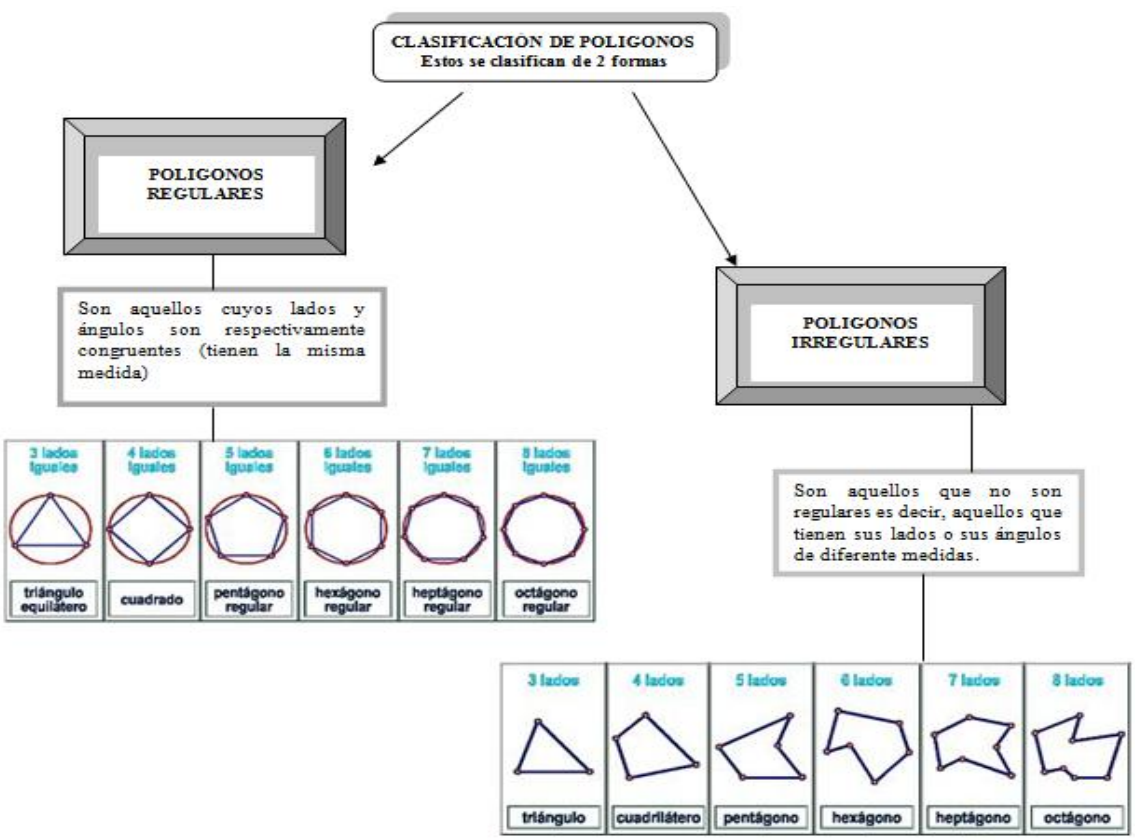
<u>Un polígono de 50 lados</u>: Se llama: PENTACONTAGONO.

<u>Un polígono de 67 lados:</u> Se llama: HEXACONTAKAIHEPTAGONO.

Como se muestra en la siguiente tabla:

D E C E N A S		Y	U N I D A D E S		TERMINACIÓN
			1	**HENÁ**	
20	**ICOSA**		**2**	**DÍ**	
30	**TRIACONTA**		**3**	**TRÍ**	
40	**TETRACONTA**		**4**	**TETRÁ**	
50	**PENTACONTA**	**<u>KAI</u>**	**5**	**PENTÁ**	**<u>GONO</u>**
60	**HEXACONTA**		**6**	**HEXÁ**	
70	**HEPTACONTA**		**7**	**HEPTÁ**	
80	**OCTACONTA**		**8**	**OCTÁ**	
90	**ENEACONTA**		**9**	**ENEÁ**	

Los polígonos se clasifican de dos maneras: En polígonos regulares y polígonos irregulares.



Actividad Tres

En equipo realiza la siguiente actividad:

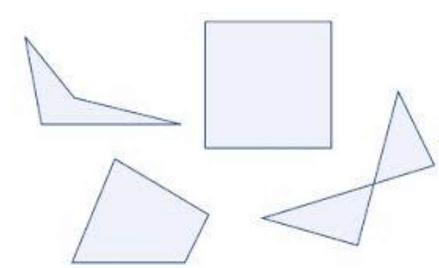
Completa el siguiente cuadro:

NOMBRE DEL POLIGONO	NUMERO DE LADOS	NUMERO DE ANGULOS	NUMERO DE DIAGONALES
Hexágono			
		7	
Octágono			
Eneágono	9		
Dodecágono	12		

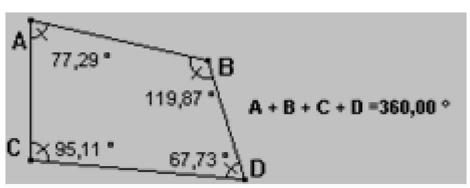
A continuación analizaremos un tema interesante: "Los Cuadriláteros".

CUADRILATEROS

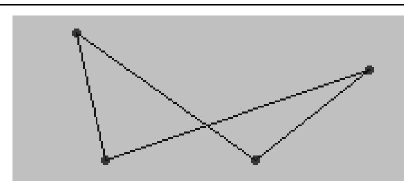
Un cuadrilátero es un polígono de 4 lados.



La suma de los ángulos interiores es 360º.



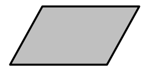
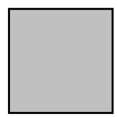
En todo lo que se escribe a continuación, nos referimos a cuadriláteros no cruzados, esto es, excluimos figuras del tipo que se representa a la derecha. Sin entrar en la discusión de si son o no cuadriláteros, que en todo caso dependerá de la definición que se tome.

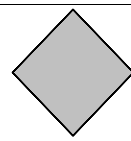
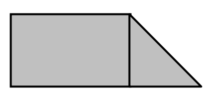
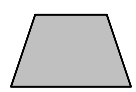


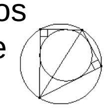
CLASIFICACIÓN DE CUADRILÁTEROS CONVEXOS.

La clasificación más extendida es atendiendo al **paralelismo de sus lados**, se tiene:

<table>
<tr><th colspan="3">CLASIFICACIÓN DE LOS CUADRILÁTEROS</th></tr>
<tr><td rowspan="3">CUADRILATEROS CONVEXOS</td><td>Dos pares de lados paralelos</td><td>Paralelogramos</td></tr>
<tr><td>Dos lados paralelos y los otros dos no paralelos</td><td>Trapecios</td></tr>
<tr><td>Ningún lado paralelo</td><td>Trapezoides o simplemente cuadriláteros.</td></tr>
</table>

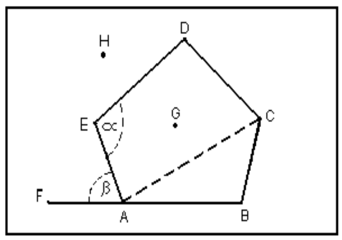
<table>
<tr><td rowspan="10">C
U
A
D
R
I
L
A
T
E
R
O</td><td colspan="2">1.- PARALELOGRAMO</td><td></td><td colspan="2">Lados paralelos dos a dos</td></tr>
<tr><td rowspan="4">P
A
R
A
L
E
L
O
G
R
A
M
O
S</td><td>RECTÁNGULO</td><td></td><td colspan="2">Paralelogramo que tiene los 4 ángulos iguales.
Esto es cuatro ángulos rectos.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">CUADRADO</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">Tiene lados iguales y ángulos iguales.

Cuadrilátero regular.</td><td>Tiene cuatro ángulos rectos, y por tanto es un rectángulo.</td></tr>
<tr><td>Tiene cuatro lados iguales y en consecuencia es un rombo.</td></tr>
<tr><td>ROMBO</td><td></td><td colspan="2">Paralelogramo que tiene los cuatro lados iguales.</td></tr>
<tr><td colspan="5">ROMBOIDE
Tiene lados iguales dos a dos. </td></tr>
<tr><td colspan="2">2.-TRAPECIO</td><td></td><td colspan="2">Dos de sus lados, (normalmente llamados bases) son paralelos.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">T
R
A
P
E
C
I
O
S</td><td>TRAPECIO RECTÁNGULO</td><td></td><td colspan="2">Un lado perpendicular a las bases; o bien tiene dos ángulos rectos.</td></tr>
<tr><td>TRAPECIO ISÓSCELES</td><td></td><td colspan="2">Los lados no paralelos son de igual longitud.</td></tr>
<tr><td>TRAPECIO ESCALENO</td><td colspan="3">A veces encontramos la nomenclatura de trapecio escaleno, para referirse a los no rectángulos ni isósceles. Me parece innecesario. Llamémosle trapecio, sin apellidos.</td></tr>
</table>

	3.-TRAPEZOIDE	Algunos libros denominan así a los cuadriláteros que no tienen lados paralelos.
	TRAPEZOIDE SIMETRICO.	Cuadrilátero con 2 pares de lados consecutivos iguales y un eje de simetría. 

ELEMENTOS DE UN POLÍGONO

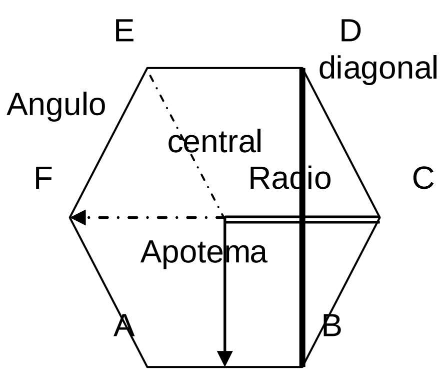
Se le llama **interior del polígono**, la región encerrada por la línea poligonal, y el **exterior del polígono** es la región fuera de él. En la figura, el punto G pertenece al interior del polígono y el punto H al exterior de él.



Los segmentos de recta con que se forma el polígono se llaman **lados,** y los puntos que unen estos lados se llaman **vértices**. En la figura, los puntos A; B; C; D y E son los vértices y los segmentos que se forman entre ellos corresponden a los lados del polígono.

Los segmentos que unen dos vértices no consecutivos se llaman **diagonales**. En la figura el segmento que une el punto A y el punto C es una de dichas diagonales.
Los ángulos formados por dos lados consecutivos y que se encuentran en el interior del polígono, se llaman **ángulos interiores.** En la figura, el ángulo µ es un ángulo interior.

Los ángulos formados por un lado y la prolongación de un lado consecutivo y que se encuentran en el exterior del polígono, se llaman **ángulos exteriores.** En la figura, el ángulo b es un ángulo exterior.



RADIO.-Segmento de recta que une el centro del polígono con uno de sus vértices.

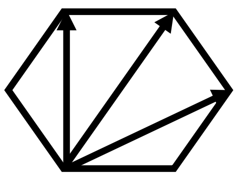
DIAGONAL.- Es el segmento de recta que une dos vértices no consecutivos del polígono: (BD).

APOTEMA.- Es el segmento perpendicular que une el centro del polígono regular con el punto medio de uno de sus lados.

ANGULO CENTRAL.- Es el ángulo con vértices en el centro de un polígono regular cuyos lados intersectan dos vértices consecutivos del polígono.

LA SUMA DE LOS ANGULOS INTERNOS Y EXTERNOS

Se puede obtener apoyados en el conocimiento de que la suma de los ángulos internos de un triangulo es de 180°, dado que un polígono puede dividirse en triángulos, al trazar todas las posibles diagonales desde un mismo vértice, como se muestra en la siguiente figura se formaron 4 triángulos, lo mismo sucede con un cuadrado, con un pentágono y con cualquier Polígono de cualquier número de lados.



La suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono de n lados es igual a: 180° (n – 2), donde el número de triángulos que se forman corresponde a (n–2).

EJEMPLO: ¿Cuál es la suma de los ángulos interiores de un dodecágono?

$$si = 180°(n-2) = 180°(12-2) = 180°(10) = 1800°$$

La medida de cada uno de los ángulos interiores de un polígono regular de n lados es: $i = \dfrac{180°(n-2)}{n} = \dfrac{si}{n}$

EJEMPLO: ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos internos de un polígono de 12 lados?

$$i = \frac{180°(n-2)}{n} = \frac{180°(12-2)}{12} = \frac{180°(10)}{12} = \frac{1800°}{12} = 150°$$

La suma de los ángulos exteriores de cualquier polígono es de 360°, en base a lo anterior se deduce que:

La medida de cada uno de los ángulos exteriores $\angle(e)$ *de un polígono de "n" lados es:*

$$e = \frac{360°}{n}$$

EJEMPLO: la medida de cada uno de los ángulos exteriores de un dodecágono regular es:

$$e = \frac{360°}{12} = 30°$$

El numero de diagonales que se pueden trazar desde un vértice en cualquier polígono, se determina por la ecuación: **d = n – 3**

EJEMPLO: ¿Cuántas diagonales puedo trazar desde un vértice en un polígono de 12 lados.

d = n – 3 ;   d = 12 – 3 ; d = 9   (verificar al dibujar el polígono regular de 12 lados)

El número total de diagonales en un polígono regular de cualquier número de lados se determina por la expresión: D = $\frac{n(n-3)}{2}$

Ejemplo: ¿Cuántas diagonales en total podemos trazar en el polígono regular de 12 lados?

D = $\frac{12(12-3)}{2}$ = $\frac{12(9)}{2}$ = $\frac{108}{2} = 54$

Actividad Cuatro

En equipo completa la siguiente tabla:

No. Lados	$si = 180°(n-2)$	*i* = $\frac{si}{n}$	*Se* =4R	*e* = $\frac{se}{n}$	d = n - 3	D= $\frac{n(n-3)}{2}$
5	540°					
7		128°34’17”				
9			360°			
15				24°		
18					15	
20						170
25					22	
30				12°		
65			360°			
100		176° 24’ 0”				
500	89640°					

PERIMETROS Y ÁREAS

A continuación ya que conocemos que son los cuadriláteros, analizaremos sus perímetros y áreas; vamos a realizar un pequeño recordatorio de lo que ya hemos visto anteriormente.

Perímetro y Área del Rectángulo

En un rectángulo la medida de sus lados paralelos son iguales
Considerando lo anterior tenemos que:

1) **El Perímetro**.- Es igual a la suma de la medida de sus cuatro lados; si sabemos que los lados del rectángulo son iguales 2 a 2 tendremos:

$$P = a + a + l + l$$
$$\mathbf{P = 2(a + l)}$$

2) **El Área**.- Es igual al producto de la medida de su largo por su ancho, así:

$$\mathbf{A = (l)(a)}$$

Ejemplo1: Calcular el perímetro y el área de un rectángulo si su largo mide 18 cm y su ancho es la mitad del largo.
Solución: Razonamos y aplicaremos las fórmulas para resolver el problema planteado:

Datos:	a) **El perímetro**:	b) **El área**
l = 18 cm	P = 2(a+b)	A = l x a
a = 1/2 l = 9 cm	P = 2(9 cm + 18 cm)	A = 18 cm x 9 cm
P = ?	P = 2(27 cm)	**A = 162 cm^2**
A = ?	**P = 54 cm**	

Ejemplo2: Si el área de un rectángulo mide 507 mm^2, calcula la medida de sus lados y su perímetro sabiendo que su largo es el triple de su ancho.
Solución: Razonamos y aplicaremos las fórmulas para resolver el problema planteado:

Datos:	**a) El área**	**b) El largo**	**c) El perímetro:**
a = x	A = L . a	L = 3x	p= 2 (a + L)
L = 3x	A = (3x)(x)	L = 3 (13mm)	p=*2 (13mm + 39 mm)*
P =?	507mm = $3x^2$	***L = 39 mm***	*p= 2(52 mm)*
A = 507 mm.	$\frac{507mm}{3} = x^2$		***p = 104 mm***
	x^2 = 169 mm.		
	x = $\sqrt{169\,mm}$		
	x = 13 mm= a		

Actividad Cinco

Investiga y anota en tu libreta los algoritmos que se utilizan para calcular las áreas y perímetros de las siguientes figuras geométricas:

a) Triangulo:

b) Rectángulo:

c) Rombo:

d) Cuadrado:

e) Polígono regular de “n” lados:

f) Trapecio:

g) Paralelogramo:

Actividad de Cierre

A continuación se te propone una actividad con la cual podrás practicar el tema tratado, revisa los apuntes anteriores las veces que lo necesites. Resuelve los ejercicios en tu cuaderno, no descuides el orden y la buena presentación de tu trabajo.

Actividad Seis

Realiza individualmente la siguiente actividad en tu libreta, posteriormente compártela con tu equipo analizando las respuestas a la que llegaron y realiza una exposición ante el grupo y tu Facilitador

I.- Analiza los siguientes cuestionamientos y resuélvelos:

1.- Cinco ángulos de un hexágono miden: 120°, 100°, 115°, 150°, 130° ¿Cuánto mide el sexto ángulo?

2.- Calcular en un polígono regular de 15 lados:
a) La suma de los ángulos internos
b) La medida de cada uno de los ángulos interiores
c) El numero de diagonales desde un vértice.
d) El número total de diagonales.
e) el valor de un ángulo externo.

3.- ¿Cuántos lados y como se llama el polígono regular cuya suma de ángulos internos es igual a 1440°?

4.- ¿Cuántos lados y como se llama el polígono regular cuya suma de ángulos internos es igual a 8640°?

5.- utiliza la tabla para darle nombre a los siguientes polígonos:

32 lados____

93 lados____

24 lados____

12 lados____

51 lados____

6.- ¿Cuántos lados tiene y como se llama el polígono en el cual podemos trazar un total de 170 diagonales?

7.- ¿Cuántos lados tiene y como se llama el polígono en el cual podemos trazar un total de 54 diagonales?

8.- ¿Cuántos lados tiene y como se llama el polígono en el cual podemos trazar 7 diagonales desde un vértices?

9.- ¿Cuántos lados tiene y como se llama el polígono en el cual podemos trazar 6 diagonales desde un vértices?

10.- Escribe en forma breve la definición y clasificación de polígonos.

11.- Escribe todos los cuadriláteros que conozcas

12.- Anota el nombre de los polígonos que conozcas.

13.- Describe como se forma un ángulo interno de cualquier polígono.

14.- Menciona como se forma un ángulo externo en cualquier polígono.

15.- Menciona algunas formas de factorización que recuerdes y además escribe la fórmula general auxiliar para resolver ecuaciones cuadráticas.

16.- Describe los pasos para despejar una literal en cualquier fórmula.

17.- Anota la fórmula para obtener el área y perímetro de un polígono.

18.- Calcular el área y el perímetro de un rectángulo si se conoce que su largo es 54 cm y su ancho es un noveno del largo.

19.- Calcular el área de un rectángulo si su perímetro mide 42 cm y su largo es el triple del ancho.

20.- Calcular el área y el perímetro de un rectángulo si su ancho es 93 cm y su largo mide el triple del ancho.

21.- Encuentra el área y el perímetro de un rectángulo si su lado menor mide 12 cm y su lado mayor es 7 veces más que el lado menor.

22.- Calcular el área y el perímetro de un rectángulo si su ancho es 24 cm y su largo es el triple del ancho.

Coevaluación

Ahora se te presenta una actividad en la que tendrás oportunidad de producir o construir a partir de los aprendizajes adquiridos hasta el momento sobre polígonos.

Por otra parte, para darnos cuenta de nuestro avance actitudinal, te presentamos un instrumento en el que podrás evaluar el comportamiento de tus compañeros en la(s) actividad(es) en equipo de esta secuencia. Es muy importante ser muy objetivos, por lo que te pedimos ser veraz con lo que indiques, ya que será de gran ayuda para tus compañeros. Al término de éste, entrégalo los resultados a tu maestro-facilitador, el les indicará la manera de procesar esta información.

***Instrucciones*.-** Los enunciados siguientes son descripciones de comportamientos que durante el trabajo en equipo pudieron manifestar tus compañeros, en 6 habilidades actitudinales. Lee cada descripción y escribe los nombres de los estudiantes de tu equipo que mejor la cumplan. Tus elecciones serán confidenciales. Considera lo siguiente:

1. Anota el nombre completo de tus compañeros en la lista, asegúrate del número que le corresponda a cada uno de ellos.
2. De cada pregunta, pon una “X” al número que corresponda el o los compañeros que participaron contigo en las actividades en equipo de esta secuencia, que cumplan con la condición de cada pregunta. Es importante que consideres solo aquel o aquellos compañero(s) que cumplen con ese rasgo.
3. Un mismo compañero puede cumplir con más de una descripción, por lo que puedes repetir el número en todas las preguntas (rasgos) que consideres.
4. Puedes anotar cualesquier observación o aclaración que tengas en cada pregunta.

Lista de compañeros:

No.	Nombre compañero participante		
	Apellido Paterno	**Apellido Materno**	**Nombre(s)**
1			
2			
3			
4			
5			

Evaluación:

No.	Preguntas	Evaluación					
		Integrantes					Observaciones
		1	2	3	4	5	
Habilidad: ***Capacidad de aprender por cuenta propia***							
1	¿Quién busca continuamente el conocimiento por sus propios medios en diversas fuentes de información?						
2	¿Quién tiene hábitos de estudio que implican disciplina, concentración, responsabilidad, búsqueda de información y verdadero deseo de aprender?						
3	¿Quién reconoce que la responsabilidad de aprender es algo personal y no responsabiliza a nadie de no haber aprendido algo?						
Habilidad: ***Capacidad de análisis, síntesis y evaluación***							
1	¿Quién continuamente estructura la información importante de un problema, de tal forma que facilite la comprensión de la situación problemática?						
2	¿Quién frecuentemente detecta las ideas básicas de una situación problemática, genera soluciones correctas y elige las más convenientes?						
3	¿Quién frecuentemente formula juicios críticos sobre las soluciones que se proponen para determinado problema?						
Habilidad: ***Pensamiento crítico***							
1	¿Quién analiza con frecuencia la información desde diversos puntos de vista?						
2	¿Quién identifica continuamente las ventajas y las desventajas de una decisión?						
3	¿Quién detecta con frecuencia las áreas de mejora en un determinado procedimiento?						
Habilidad: ***Creatividad***							
1	¿Quién continuamente genera ideas originales o soluciones nuevas?						
2	¿Quién es original e imaginativo?						
3	¿Quién con frecuencia promueve un ambiente de innovación?						
4	¿Quién respeta las ideas creativas de otras personas?						
Habilidad: ***Trabajo en equipo***							
1	¿Quién repetidamente muestra buenas habilidades de comunicación que le permitan saber hacer peticiones, ofrecimientos y reclamos, así como escuchar, negociar y responsabilizarse de sus promesas?						
2	¿Quién respeta las aportaciones de los demás miembros de su grupo, aun cuando vayan en contra de las aportaciones propias?						
3	¿Quién antepone los objetivos del grupo a los objetivos personales?						
4	¿Quién con frecuencia reconoce las diferentes habilidades de cada uno de los miembros del grupo y las aprovecha para lograr el mejor resultado?						

5	¿Quién es responsable del producto final del trabajo del grupo?						
Habilidad: ***Valores***							
1	¿Quién acepta cuando se equivoca, reconoce y afronta sus errores, y se responsabiliza de las consecuencias?						
2	¿Quién reconoce los logros de sus compañeros?						
3	¿Quién es puntual en la entrega de las actividades?						
4	¿Quién cumple con las fechas límite para terminar las tareas que se comprometió a llevar a cabo?						

Para saber más

BIBLIOGRAFÍA:

BALDOR Aurelio 1985, ***Geometría plana y del espacio y trigonometría***, 3ra. Reimpresión, Edit. Publicaciones Cultural s.a.de.c.v. México, pp. 73 – 103.

BALDOR Aurelio 1985, ***Geometría plana y del espacio y trigonometría***, 3ra. Reimpresión, México, pp. 203 – 233.

COBACH Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora (Dirección Académica) 2006, *Modulo de Aprendizaje de Matemáticas 1I, para segundo semestre (Guía de Estudio),* México, pp. 80- 91.

FUENLABRADA Samuel, 2004. ***Geometría y trigonometría,*** edit. Mc. Graw Hill, pp. 47-51, 76 – 80.

e @demás puedes visitar los siguientes sitios *web*:

http://www.escolar.com/geometr/03polig.htm
http://roble.pntic.mec.es/jarran2/cabriweb/Poligonos.htm
http://www.escolared.com.ar/nuevacarpeta/poligonos.html
http://mimosa.cnice.mecd.es/clobo/geoweb/area1.htm
http://www.sectormatematica.cl/ppt/AreasNB3%20NB4.ppt#259,4,Datos Importantes
http://www.sectormatematica.cl/ppt/CIRCUNFERENCIA_AB.ppt#256,1,Diapositiva 1
http://www.eskola20.org/sd/eso/mat/perimetro_area/modulos/es/content_1_3.html
http://www.pasaralaunacional.com/2010/07/un-poco-de-matematicas-recreativas.html
http://www.slideshare.net/1d2s3r4v/poligonos-4879498
http://www.disfrutalasmatematicas.com/geometria/poligonos.html
http://www.estudiantes.info/matematicas/1eso/images/poligonos-desarrollo.htm
http://roble.pntic.mec.es/jarran2/cabriweb/Poligonos.htm
http://www.proyectosalonhogar.com/Diversos_Temas/Geometria/0015e271.jpg

SECUENCIA 5

Al término de esta secuencia serás competente si te aplicas en:

Conocimiento:
*Círculo y circunferencia.
*Elementos de la circunferencia: radio, cuerda, arco, diámetro, recta tangente, recta secante.
*Rectas tangentes a un círculo.
*Ángulos: central, inscrito y circunscrito.
*Posiciones relativas de un ángulo y una circunferencia:
*Perímetros y áreas sobre la longitud de la circunferencia y el área del círculo.
*Figuras en el círculo.

Habilidades:
- Hacer uso correcto de la tecnología de la información y la comunicación.

-Comprender la relación entre circunferencia y círculo, y describir sus elementos.

- Analizaras contenidos y expresiones no lingüísticos que te lleven a interpretar la relación simbólica de los números y las letras

- Resolverás problemas mediante el uso del círculo y circunferencia y obtendrás resultados para dar tus propuestas de solución.

Actitudes

- Colaboración	-Responsabilidad
- Limpieza	-Respeto
- Tolerancia	-Disciplina

"LA EPIDEMIA DEL CANCER DE MAMA TAMBIEN AFECTA A LOS HOMBRES".

"Aprende a conocer, observa y analiza, no dejes que el circulo y la circunferencia te pongan una paliza"

A continuación se te presenta una lectura que tiene que ver con la salud: "La Epidemia del cáncer de mama también afecta a los hombres". Te invitamos a leerla y reflexionar al respecto.

Actividad de Apertura

"La epidemia del Cáncer de mama también afecta a los hombres"

El cáncer de mama es la primera causa de muerte por cáncer en la mujer, y aunque no lo creas también afecta a los hombres. El cáncer de mama en hombres es una enfermedad poco frecuente pero existe, ya que el menos del 1 % de todos los casos de cáncer de mama se produce en hombres. En el 2005 en los Estados Unidos, 211 400 mujeres fueron diagnosticadas con cáncer de mama y fueron 1 690 los hombres que recibieron ese diagnóstico.

Quizás pienses esto: los hombres no tienen mamas, ¿cómo pueden tener cáncer de mama? La verdad es que tanto niños como niñas, hombres como mujeres, tienen tejido mamario. Las distintas hormonas en el cuerpo de las niñas y mujeres estimulan el tejido mamario para desarrollar plenamente las mamas. Habitualmente, el cuerpo de los niños y los hombres utiliza muy poco las hormonas que estimulan las mamas. En consecuencia, por lo general su tejido mamario permanece liso y pequeño. Sin embargo, puede que hayas visto niños y hombres con mamas medianas o grandes. Usualmente se trata solamente de montículos de grasa. Pero a veces los hombres pueden desarrollar tejido glandular mamario real debido a la ingesta de determinados medicamentos o a niveles hormonales anormales.

¿Qué tan común es que los hombres tengan cáncer de mama?

Según argumenta el doctor Álvaro Moreno, de la Mayo Clinic de Jacksonville de Florida, aproximadamente el 1% de todos los casos de cáncer de mama anuales ocurre en hombres. El especialista trae los números mundiales y declara que "hay aproximadamente de 1,500 a 2,000 casos nuevos en Estados Unidos en hombres. Si mantenemos la misma prevalencia en Latinoamérica, podría haber cerca de 3,500 a 4,500 pacientes latinoamericanos cada año".

¿Cuáles son los factores de riesgo de cáncer de mama en hombres?

Es muy importante conocer los factores de riesgo del cáncer de mama en hombres, especialmente porque los hombres no consideran la posibilidad de desarrollar la enfermedad y, por ende, no se controlan regularmente. Como resultado, el cáncer de mama tiende a ser más avanzado en hombres que en mujeres una vez que se lo detecta.

Existe una serie de factores que pueden aumentar el riesgo de que los hombres desarrollen cáncer de mama:

- **Envejecimiento:** este es el factor más importante. Tal como sucede con las mujeres, el riesgo aumenta a medida que pasan los años. La edad promedio de los hombres que son diagnosticados con cáncer de mama es de 67 años aproximadamente. Esto significa que la mitad de ellos tiene más de 67 años y la otra mitad tiene menos.
- **Niveles altos de estrógeno:** la presencia de estrógeno estimula la multiplicación celular mamaria, tanto la normal como la anormal. Los hombres pueden tener altos niveles de estrógeno a causa de:
    - Tomar medicinas hormonales.
    - Tener sobrepeso, lo cual aumenta la producción de estrógeno.
    - Haber estado expuestos a estrógenos en el ambiente (p. ej., el estrógeno y demás hormonas que se utilizan para engordar el ganado, o los productos de descomposición del pesticida DDT, que imita los efectos del estrógeno en el cuerpo).
    - Consumir grandes cantidades de alcohol, lo cual puede afectar la función hepática que regula los niveles de estrógeno en sangre.

  Padecer una enfermedad hepática, que suele producir niveles bajos de andrógenos (hormonas masculinas) y niveles altos de estrógeno (hormonas femeninas). Esto aumenta el riesgo de desarrollar una ginecomastia (crecimiento no canceroso del tejido mamario) así como un cáncer de mama.
- **Síndrome de Klinefelter:** los hombres con síndrome de Klinefelter poseen niveles bajos de andrógenos (hormonas masculinas) y niveles altos de estrógeno (hormonas femeninas). Por ende, poseen un mayor riesgo de desarrollar una ginecomastia (crecimiento no canceroso del tejido mamario) y cáncer de mama. El síndrome de Klinefelter es una afección que se presenta en aproximadamente 1 de cada 1 000 hombres al nacer. Normalmente, los hombres tienen un cromosoma X y un cromosoma Y. Pero aquellos con síndrome de Klinefelter tienen más de un cromosoma X (a veces hasta cuatro). Los síntomas de este síndrome incluyen: tener piernas más largas, una voz más aguda y una barba menos tupida que el resto de los hombres; tener testículos más pequeños de lo normal; y ser infértil (incapaz de producir esperma).
- **Antecedentes marcados de cáncer de mama en la familia o alteraciones genéticas:** los antecedentes familiares pueden aumentar el riesgo de los hombres de desarrollar cáncer de mama, especialmente si hay otros hombres en la familia que hayan sido diagnosticados con la enfermedad. El riesgo también aumenta si existe en la familia alguna anomalía genética comprobada vinculada al cáncer de mama.

- **Exposición a la radiación:** someterse a terapia de radiación en el tórax antes de los 30 años, y en especial durante la adolescencia, puede aumentar el riesgo de desarrollar cáncer de mama. Esto se ha visto en jóvenes que recibieron radiación para tratar la enfermedad de Hodgkin. (Esto NO incluye el uso de terapia de radiación para tratar el cáncer de mama).

En palabras del doctor Lorusso, entre los factores a tener en cuenta están: la historia clínica familiar, la obesidad, los tratamientos con hormonas estrogénicas, o haber sufrido radiaciones, entre otros. "En la mujer hay dos tipos de cáncer: ductal y lobulillar. En cambio en el hombre la mayoría es ductal, presentando células cancerígenas en los conductos. Para el diagnostico se utilizan la mamografía y la ecografía igual que en la mujer, aunque no todas las veces es efectivo."

¿El tratamiento para cáncer de mama es diferente en hombres y en mujeres?

Desde la visión de Moreno explica que "en términos generales el tratamiento es el mismo. Las diferencias principales son primero, que como hay menor cantidad de grasa que rodea a los tumores masculinos, muchas veces estos tumores han avanzado más en el pecho o en los ganglios de la axila. La segunda diferencia es que la gran mayoría de estos tumores expresan los receptores del estrógeno y, por lo tanto, responden bien a la terapia hormonal con un medicamento antiestrógeno llamado tamoxifeno."

Más específico, el director médico del la Liga Argentina de la Lucha contra el Cáncer dice: "dependiendo de los llamados factores pronósticos -como los receptores hormonales y ganglios comprometidos- se utiliza hormono y quimioterapia. En casos más avanzados el tratamiento más recomendado es la extirpación de la mama, preservando los músculos pectorales".

¿Qué vías de prevención tienen los hombres? ¿Cómo se dan cuenta de que hay un problema?

El síntoma principal es la presencia de un nódulo firme en el pecho o glándula mamaria. Si un hombre detecta esto, debe notificar a su médico para una evaluación", explica el especialista en oncología de la Mayo Clinic. "Los hombres como las mujeres deben saber que hay una prevención primaria como los hábitos saludables de alimentación; evitar el tabaco, el alcohol y sedentarismo; y mantener peso saludable. La obesidad es factor de riesgo no solo para el cáncer de mama, sino también para otros carcinomas, además de diabetes y enfermedades cardiovasculares", agrega Lorusso.

Ambos concuerdan y resumen: "todo cáncer, mientras más temprano se diagnostica, mayor es la posibilidad de una cura completa, y menor la cantidad de tratamiento al que una persona debe someterse. Es importante la consulta médica al encontrarse con el síntoma más mínimo".

Ahora ya lo sabes, "El cáncer de mama no es una enfermedad exclusiva de las mujeres, pues los hombres también pueden padecerla. Los síntomas van desde tumoración mamaria, hasta dolor y sensibilidad. El 19 de octubre se recuerda el Día Internacional del Cáncer de Mama. El cáncer de mama en los hombres no causa síntomas y por eso se deben practicar regularmente exámenes para detectarlo. A medida que crece, los síntomas incluyen enrojecimiento, retracción de la piel o del pezón, hinchazón o la aparición de agujeros o estrías como una cáscara de naranja. Si el cáncer ya ha avanzado se pueden dar secreciones de color amarillo claro, como pus, en los pezones. También aparecen tumores mamarios en las axilas; estos generalmente son duros y con bordes irregulares. Cuídate y practícate un autoexamen con regularidad.

Actividad Uno

Después de leer la lectura "La epidemia del Cáncer de mama también afecta a los hombres" contesta las siguientes preguntas relacionadas.

1. Después del análisis de la lectura, Cuál es tu opinión sobre el cuidado que deben tener los hombres para prevenir cáncer de mama?:____
____
____

2. Según la lectura, ¿Cuáles son las causas por las que los hombres pueden tener altos niveles de estrógeno?________________________
____
____

3. ¿El tratamiento para cáncer de mama es diferente en hombres y en mujeres?, ¿Por qué?_______________________________________

4. Define el concepto de síndrome de Klinefelter:________________
____
____
____

5. Que recomendaciones harías para prevenir el cáncer de mama?:____
____
____
____

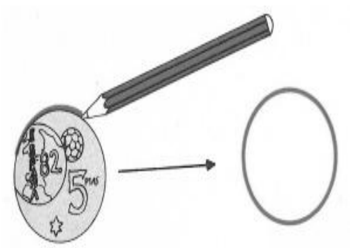
Como viste en la secuencia anterior a ésta, los polígonos, se les van aumentando el número de lados y de ahí se deriva su nombre, entre mas lados le agregues el objetivo final es formar una circunferencia que es el polígono de "n" lados, en la cual analizaremos algunos puntos importantes que debes de conocer, los cuales aplicaras a problemas geométricos donde se involucre a la circunferencia y sus elementos.

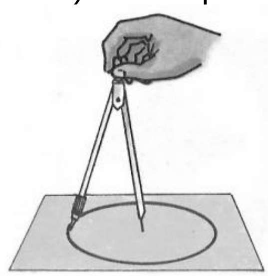
Actividad de Desarrollo

LA CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO.

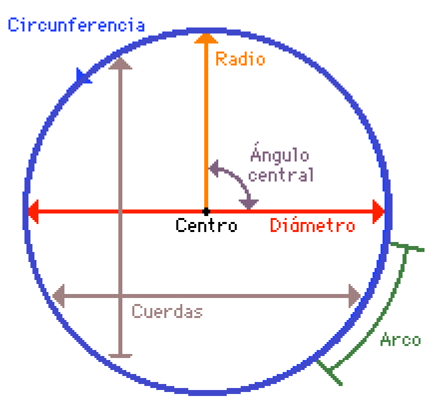
Definición y Elementos:

Definición: La circunferencia: es el conjunto de puntos de un plano que equidistan ***(que se encuentran a la misma distancia***) de otro punto del plano llamado centro.





Definición: Se llama círculo a la superficie plana limitada por la circunferencia.



La circunferencia es el borde y el círculo es el interior de la circunferencia. Todos los puntos de la circunferencia están a la misma distancia del centro.

ELEMENTOS DE UNA CIRCUNFERENCIA

a) **Radio.-** segmento de recta que une el centro de una circunferencia con cualquier punto de la misma.
b) **Cuerda.**- segmento de recta que une dos puntos de la circunferencia.
c) **Arco.**- parte de una circunferencia comprendida entre dos puntos de la misma.
d) **Diámetro.**- Es la cuerda que pasa por el centro.
   Propiedades del diámetro:

1) El diámetro es la mayor de las cuerdas que pueden trazarse en una circunferencia.
2) Su longitud es doble de la del radio
3) El diámetro divide a la circunferencia en dos partes iguales llamadas semicircunferencias.
4) Divide al círculo en dos partes iguales llamadas semicírculos. .
5) Todo diámetro de una circunferencia es perpendicular a una cuerda divide a ésta en dos partes iguales.

e) Recta tangente.- Es la recta que toca en un solo punto a una circunferencia.
f) Recta secante.- Es la recta que corta en dos puntos a una circunferencia

RECTAS TANGENTES A UN CÍRCULO.

Las rectas tangentes a un círculo son perpendiculares al radio en el punto de tangencia. (Figura No. 1)

Los segmentos tangentes a un círculo trazado desde un punto exterior a éste tienen la misma medida. (Figura No. 2); PT y PT' son tangentes al círculo PT y PT' tienen la misma longitud.

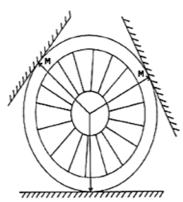


Fig. 1

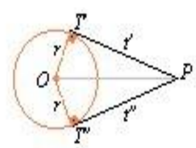
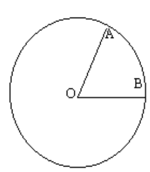


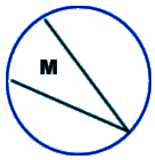
Fig. 2

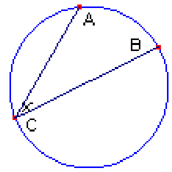
ÁNGULOS: Central, Inscrito y Circunscrito.

Angulo central.- es aquel que tiene su vértice en el centro de una circunferencia y cuyos lados corresponden a dos radios de la misma.

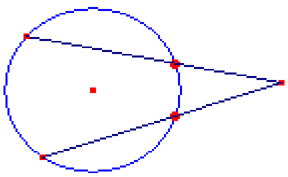


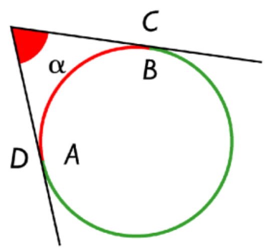
Angulo inscrito.- Llamaremos ángulo inscrito en una circunferencia a aquel que tiene su vértice sobre la circunferencia y sus lados son rectas secantes.





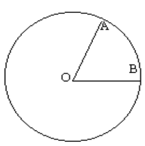
Angulo Circunscrito.- Es aquel cuyo vértice es un punto exterior a la circunferencia y sus lados corresponden a rectas secantes o rectas tangentes a la circunferencia





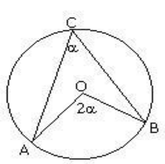
Propiedades de los ángulos central, inscrito y circunscrito.

1.- Un ángulo central tiene por medida el arco cuyos lados intersectan.



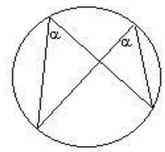
$$\angle AOB = \frown AB$$

2.- El ángulo inscrito mide la mitad del ángulo del centro que subtiende el mismo arco.

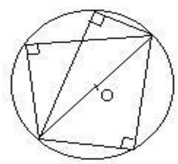


$$\angle ACB = \frac{\frown BC}{2}$$

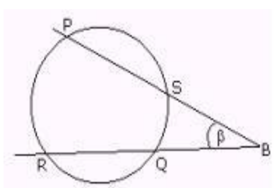
3.- Ángulos inscritos que subtienden el mismo arco son congruentes.



4.- Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto.



5.- El ángulo circunscrito es el que esta formado por dos rectas secantes a una circunferencia equivale a la semi-diferencia de los arcos que interceptan.



$$\beta = \frac{\overline{PR} - \overline{QS}}{2}$$

POSICIONES RELATIVAS DE UN ÁNGULO Y UNA CIRCUNFERENCIA

Ángulo central es aquel que tiene su vértice en el centro de la circunferencia.

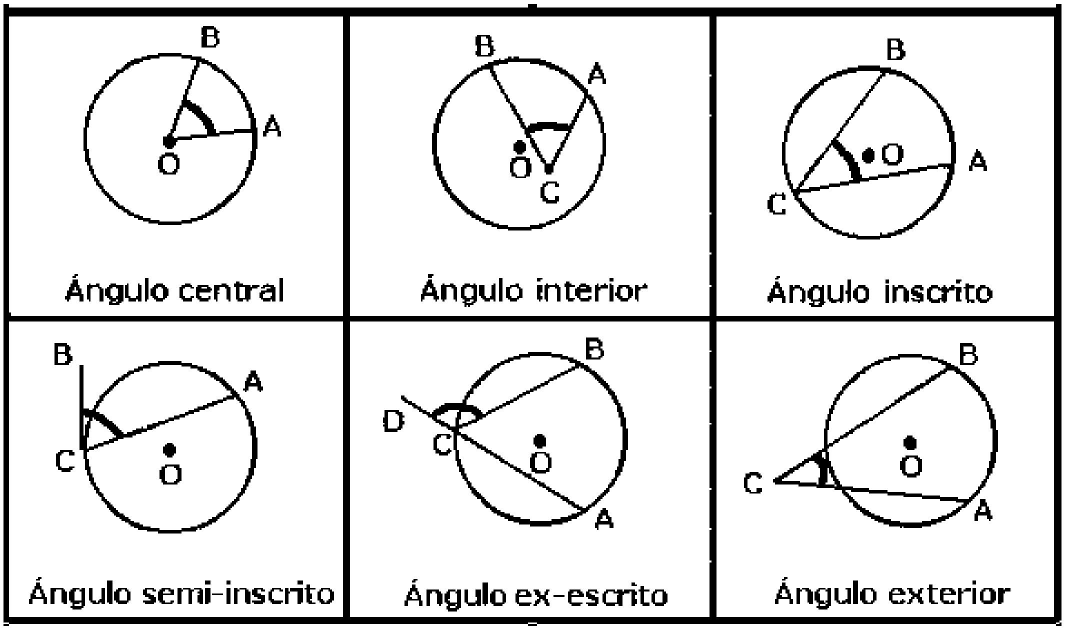
Ángulo interior es aquel que tiene su vértice en el interior de la circunferencia.

Ángulo inscrito es aquel que tiene su vértice en la circunferencia y sus lados son secantes.

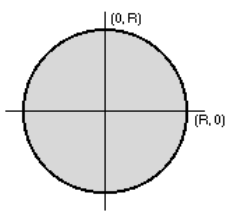
Ángulo semi-inscrito es aquel que tiene su vértice en la circunferencia, uno de sus lados es tangente a la circunferencia y el otro es secante.

Ángulo ex-inscrito es el ángulo adyacente al ángulo inscrito.

Ángulo exterior es aquel que tiene su vértice en el exterior de la circunferencia.



PERIMETROS Y AREAS SOBRE LA LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA Y EL ÁREA DEL CÍRCULO



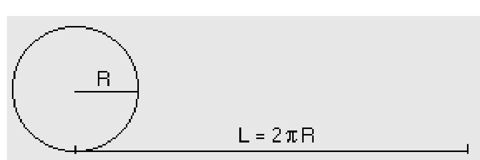
Una de las formas más difundidas de la Naturaleza es la circular. Casi todas las formas tienden a hacerse más o menos "redondeadas". Cuando en matemáticas un conjunto de puntos tiene una propiedad común dicho conjunto se denomina **lugar geométrico**.

El lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de otro, que se denomina **centro**, es una **circunferencia**.

El segmento de recta que une el centro con cualquier punto de la circunferencia es el **radio** de la circunferencia.

La porción de plano limitada por una circunferencia (incluida la misma) se denomina **círculo** y el centro de la circunferencia es el centro del círculo.

Área de la circunferencia.



Una rueda, al dar una vuelta completa, describe una trayectoria cuya longitud es el perímetro de la circunferencia de la rueda.

Si dividimos la longitud entre el diámetro de la rueda obtenemos un valor que es independiente del tamaño de la rueda. Es decir, cualquier rueda, del tamaño que sea, al dar una vuelta completa recorre un camino de una determinada longitud. Si dividimos dicha longitud entre el diámetro de la rueda siempre obtenemos el mismo valor.

Este hecho era conocido por los babilonios y ya se encuentran noticias sobre el mismo en los papiros egipcios que se conservan en el Museo Británico. Esta relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro es, posiblemente, la más popular de todas las constantes matemáticas: el número π.

Dicho número, irracional, ha ocupado a generaciones de matemáticos y su atractivo perdura en nuestros días.

Uno de los primeros trabajos fiables que se realizaron fue debido a Arquímedes. "Las circunferencias no tienen área, ya que sólo es una línea curva, cerrada, cuyos puntos equidistan de uno interior llamado centro."

Entonces cuando decimos determina el área de la circunferencia "queremos decir el área que comprende la circunferencia y nos estamos refiriendo al círculo" la cual determinamos de la siguiente manera:

$$\boxed{\text{Área} = (\pi)(r^2)}$$

Podemos llegar a la conclusión de:

1. Una circunferencia no tiene área, Tiene longitud.
2. Un círculo si tiene área.
3. por lo tanto, la longitud o perímetro de una circunferencia= $(2\pi r)$

Circulo es el área que comprende la circunferencia. y

Circunferencia es la curva que lo delimita el área de un circulo, y es igual a 3.1416 por radio al cuadrado. $\left(A = \pi r^2\right)$

FIGURAS EN UN CÍRCULO

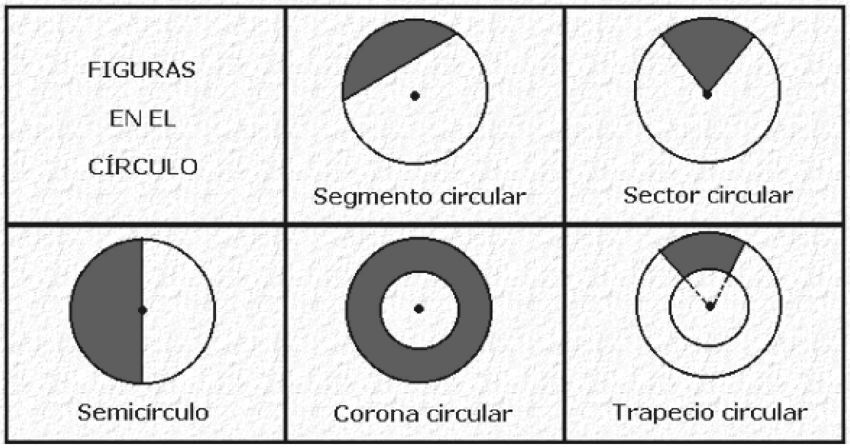
La parte de círculo limitada por una cuerda y su arco correspondiente se llama **segmento circular**.

La parte de círculo limitada por dos radios y el arco comprendido entre ellos se llama **sector circular**.

El sector circular formado por un diámetro se llama **semicírculo**.

La porción de plano limitada por dos circunferencias concéntricas se llama **corona circular**.

La porción de plano limitada por dos circunferencias concéntricas y dos radios distintos se llama **trapecio circular**.



Áreas

Longitud de una circunferencia.

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Área de un círculo

$$A = \pi r^2$$

Longitud de un arco de circunferencia

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha}{360^\circ}$$

Área de un sector circular

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360^\circ}$$

Área de una corona circular

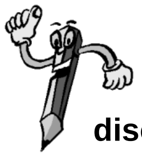
$$A = \pi \cdot \left(R^2 - r^2\right)$$

Área de un trapecio circular

$$A = \frac{\pi \cdot \left(R^2 - r^2\right) \cdot \alpha}{360^\circ}$$

Área de un segmento circular

Área del segmento circular AB = Área del sector circular AOB − Área del triángulo AOB



Actividad Dos

En tu cuaderno describe cada uno de los elementos que se te piden, discútelos en tu equipo de trabajo y preséntalos a tu Facilitador.

1.- Anota los elementos de una circunferencia.

2.- Indica la fórmula para determinar el área y perímetro de una circunferencia.

3.- Determina el perímetro y área de la circunferencia si se sabe que su radio mide 3.12 cm.

4.- ¿Conoces como se trazan las rectas tangentes a un circulo?

5.- ¿Como se trazan: el ángulo central, inscrito y circunscrito en una circunferencia?

6.- ¿Conoces las propiedades de los ángulos antes mencionados?

7.- Menciona las figuras del círculo y dibújalas.

8.- Obtén el área de la corona circular cuyos radios miden: R = 8 cm. Y r = 6 cm.

9.- Construye una circunferencia cuyo perímetro mida 37. 6992 cm.

10.- Construye un cuadrado inscrito a una circunferencia y una circunferencia inscrita a un cuadrado.

11.- Dibuja un par de rectas perpendiculares**.**

12.- Resuelve lo siguiente**:**

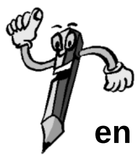
a) Construir una circunferencia de 9 cms. de radio.
b) Seleccionen 2 puntos sobre ella y márquenlos con las letras A y B respectivamente.
c) Seleccionen un punto P sobre el arco mayor y construyan el ángulo inscrito BPA.
d) Utiliza el transportador, para encontrar la medida del ángulo BPA.
e) Selecciona otro punto sobre el arco mayor y denótenlo con la letra Q y construyan el ángulo inscrito BQA.
f) Encuentra la medida del ángulo BQA.
g) Comparen las medidas de los ángulos BPA y BQA.
h) Escriban sus conclusiones.
i) Apoyándose en las conclusiones, completen el siguiente enunciado:“Los ángulos inscritos que interceptan a un mismo arco son_______________

13.- Construye lo siguiente:

a) Construyan una circunferencia de 10 cms. de radio.
b) Construyan uno de sus diámetros.
c) Grafiquen 3 ángulos inscritos en la misma circunferencia, cuyos lados intersecten a los extremos del diámetro.
d) Utilizando el transportador, encuentren la medida de cada ángulo.
e) Comparen sus resultados con los de sus compañeros y juntos anoten sus conclusiones.
f) Completen el siguiente enunciado: “Los ángulos inscritos en una circunferencia son: ___________________________________.

Actividad de Cierre

Comenta con tu Facilitador las actividades que deberás realizar, ya que expondrán por equipo ante el grupo y tendrán únicamente 10 minutos, procura que sean de mayor relevancia, para comprender mejor el tema de circunferencia y círculos



Actividad Tres

En tu cuaderno resuelve cada una de los siguientes puntos, discute en equipo y con apoyo de tu Facilitador elegirán aquellos ejercicios que expondrán.

1.- Anota los elementos de una circunferencia.

2.- Indica la fórmula para determinar el área y perímetro de una circunferencia.

3.- Determina el perímetro y área de la circunferencia si se sabe que su radio mide 3.50 cm.

4.- ¿Conoces como se trazan las rectas tangentes a un circulo?

5.- ¿Como se trazan: el ángulo central, inscrito y circunscrito en una circunferencia?

6.- ¿Conoces las propiedades de los ángulos antes mencionados?

7.- Menciona las figuras del círculo y dibújalas.

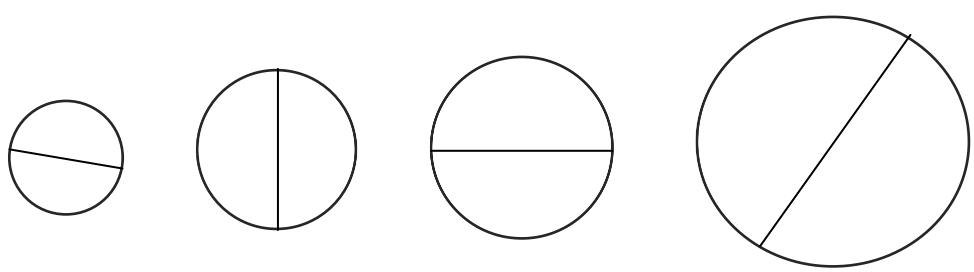
8.- Obtén el área de la corona circular cuyos radios miden: R = 8 cm. Y r = 6 cm.

9.- Construye una circunferencia cuyo perímetro mida 37. 6992 cm.

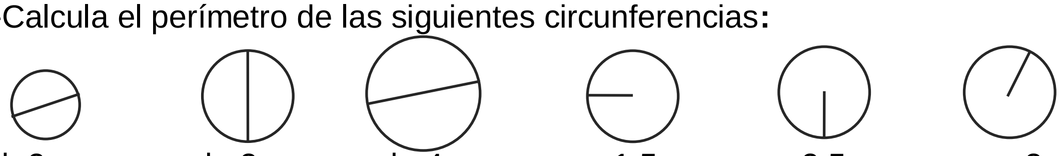
10.- Construye un cuadrado inscrito a una circunferencia y una circunferencia inscrita a un cuadrado.

11.- Dibuja un par de rectas perpendiculares

12.- Mida el diámetro de las siguientes circunferencias y calcula su perímetro:

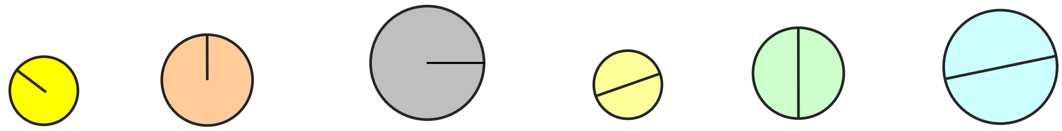


13.-Calcula el perímetro de las siguientes circunferencias**:**



d=2 cm.	d= 3 cm.	d= 4 cm.	r = 1,5 cm.	r= 2,5 cm.	r = 3 cm.
P =	P =	P =	P =	P =	P =

14) calcula área de estos círculos:



r = 2 cm.	r = 3 cm.	r = 10 cm.	d = 2 cm.	d = 6 cm.	d = 3 cm.
A =	A =	A =	A =	A =	A =

15) Resuelve los siguientes problemas:

a) ¿Cuál es el perímetro de una circunferencia que tiene 16 m. de diámetro?

b) ¿Cuál es el perímetro de una circunferencia que tiene 20 cm. de radio?

c) El perímetro de una circunferencia es 23.12 km. ¿Cuánto mide su diámetro?

d) El perímetro de una circunferencia es 62.8 m. ¿Cuánto mide su radio?

e) A la pista de un circo que tiene forma circular, hay que ponerle lona alrededor, si su radio mide 10 m ¿Cuántos metros de lona se necesita?

f) Una alcantarilla de forma circular la están reparando y deben protegerla con malla, si su radio mide ½ m. ¿Cuánta malla se necesita?

g) A un pozo de forma circular se le pondrá 5 corridas de alambre para evitar accidentes. Si el diámetro es de 4 m. ¿Cuánto alambre se necesitará?

h) Una bicicleta tiene 60 cm. de radio. Si recorre una distancia de 24.120 m. ¿Cuántas vueltas ha dado cada rueda ?

i) ¿Cuál es el área de un círculo que tiene 6 m. de radio?

j) El diámetro de un círculo mide 16 dm. ¿Cuál es su área?

k) El área de un círculo es 28,26 cm^2. ¿Cuánto mide su radio?

l) El área de un círculo es 50,24 m^2. ¿Cuánto mide su diámetro?

m) Un círculo tiene un perímetro de 1256 cm ¿Cuál es su área?

Coevaluación

Por otra parte, para darnos cuenta de nuestro avance actitudinal, te presentamos un instrumento en el que podrás evaluar el comportamiento de tus compañeros en la(s) actividad(es) en equipo de esta secuencia. Es muy importante ser muy objetivos, por lo que te pedimos ser veraz con lo que indiques, ya que será de gran ayuda para tus compañeros. Al término de éste, entrégalo los resultados a tu maestro-facilitador, el les indicará la manera de procesar esta información.

***Instrucciones*.-** Los enunciados siguientes son descripciones de comportamientos que durante el trabajo en equipo pudieron manifestar tus compañeros, en 6 habilidades actitudinales. Lee cada descripción y escribe los nombres de los estudiantes de tu equipo que mejor la cumplan. Tus elecciones serán confidenciales. Considera lo siguiente:

1. Anota el nombre completo de tus compañeros en la lista, asegúrate del número que le corresponda a cada uno de ellos.
2. De cada pregunta, pon una "X" al número que corresponda el o los compañeros que participaron contigo en las actividades en equipo de esta secuencia, que cumplan con la condición de cada pregunta. Es importante que consideres solo aquel o aquellos compañero(s) que cumplen con ese rasgo.
3. Un mismo compañero puede cumplir con más de una descripción, por lo que puedes repetir el número en todas las preguntas (rasgos) que consideres.
4. Puedes anotar cualesquier observación o aclaración que tengas en cada pregunta.

Lista de compañeros:

No.	Nombre compañero participante		
	Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)
1			
2			
3			
4			
5			

Evaluación:

No.	Preguntas	Evaluación					
		Integrantes					Observaciones
		1	2	3	4	5	
Habilidad: ***Capacidad de aprender por cuenta propia***							
1	¿Quién busca continuamente el conocimiento por sus propios medios en diversas fuentes de información?						
2	¿Quién tiene hábitos de estudio que implican disciplina, concentración, responsabilidad, búsqueda de información y verdadero deseo de aprender?						

3	¿Quién reconoce que la responsabilidad de aprender es algo personal y no responsabiliza a nadie de no haber aprendido algo?						
Habilidad: *Capacidad de análisis, síntesis y evaluación*							
1	¿Quién continuamente estructura la información importante de un problema, de tal forma que facilite la comprensión de la situación problemática?						
2	¿Quién frecuentemente detecta las ideas básicas de una situación problemática, genera soluciones correctas y elige las más convenientes?						
3	¿Quién frecuentemente formula juicios críticos sobre las soluciones que se proponen para determinado problema?						
Habilidad: *Pensamiento crítico*							
1	¿Quién analiza con frecuencia la información desde diversos puntos de vista?						
2	¿Quién identifica continuamente las ventajas y las desventajas de una decisión?						
3	¿Quién detecta con frecuencia las áreas de mejora en un determinado procedimiento?						
Habilidad: *Creatividad*							
1	¿Quién continuamente genera ideas originales o soluciones nuevas?						
2	¿Quién es original e imaginativo?						
3	¿Quién con frecuencia promueve un ambiente de innovación?						
4	¿Quién respeta las ideas creativas de otras personas?						
Habilidad: *Trabajo en equipo*							
1	¿Quién repetidamente muestra buenas habilidades de comunicación que le permitan saber hacer peticiones, ofrecimientos y reclamos, así como escuchar, negociar y responsabilizarse de sus promesas?						
2	¿Quién respeta las aportaciones de los demás miembros de su grupo, aun cuando vayan en contra de las aportaciones propias?						
3	¿Quién antepone los objetivos del grupo a los objetivos personales?						
4	¿Quién con frecuencia reconoce las diferentes habilidades de cada uno de los miembros del grupo y las aprovecha para lograr el mejor resultado?						
5	¿Quién es responsable del producto final del trabajo del grupo?						
Habilidad: *Valores*							
1	¿Quién acepta cuando se equivoca, reconoce y afronta sus errores, y se responsabiliza de las consecuencias?						
2	¿Quién reconoce los logros de sus compañeros?						
3	¿Quién es puntual en la entrega de las actividades?						
4	¿Quién cumple con las fechas límite para terminar las tareas que se comprometió a llevar a cabo?						

BIBLIOGRAFÍA:

BALDOR Aurelio 1985, ***Geometría plana y del espacio y trigonometría***, 3ra. Reimpresión, Edit. Publicaciones Cultural s.a.de.c.v. México, pp. 128- 166.

BALDOR Aurelio 1985, ***Geometría plana y del espacio y trigonometría***, 3ra. Reimpresión, México, pp. 208 – 232.

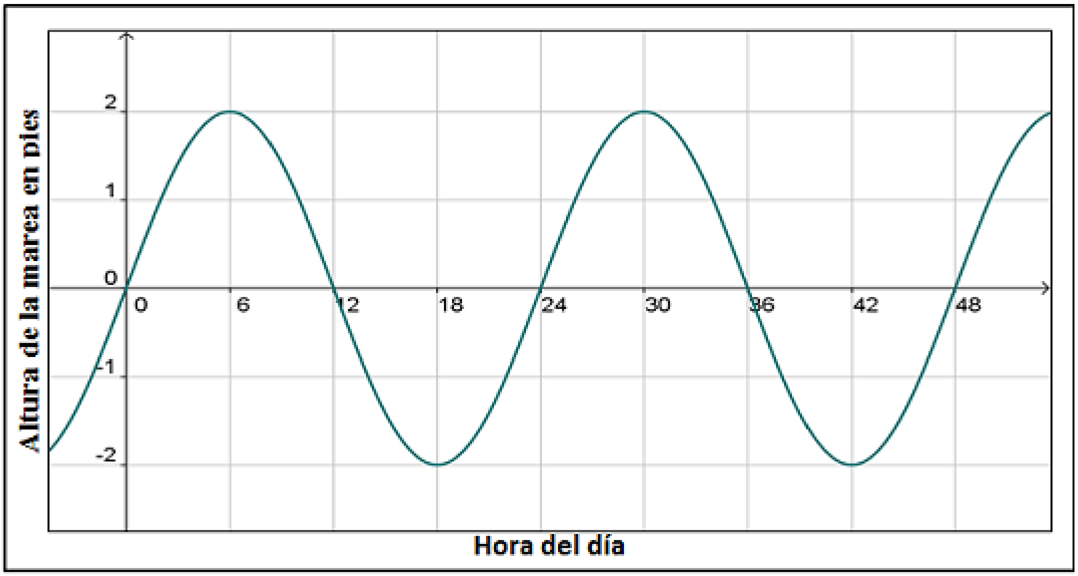
COBACH Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora (Dirección Académica) 2006, *Modulo de Aprendizaje de Matemáticas 1I, para segundo semestre (Guía de Estudio)*, México, pp. 91 - 106

FUENLABRADA Samuel, 2004. ***Geometría y trigonometría,*** edit. Mc. Graw Hill, pp. 57 - 79.

e@demás puedes visitar los siguientes sitios *web*:

http://www.desarrolloweb.com/articulos/1341.php
http://www.mailxmail.com/curso/excelencia/geometria/capitulo8.htm
http://roble.pntic.mec.es/jarran2/cabriweb/circunf/anguloscircun.htm
http://mimosa.cnice.mecd.es/clobo/geoweb/circun4.htm
http://www.vitutor.com/geo/eso/ac_4.html
http://www.indexnet.santillana.es/powerpoints/graficos/perimetrosareas.ppt
http://www.equipoweb.com.ar/eduteca/contenidos/curricular/pdf/32050405.pdf
http://www.entremujeres.com/vida-sana/salud/cancer_de_mama-hombres-tratamiento-prevencion-especialistas_0_685731515.html
http://www.breastcancer.org/es/sintomas/tipos/en_hombres?gclid=CJvDx53IobQCFYp_QgodXX0AUQ
http://www.laregiondigital.com.mx/inicio/index.php/salud/item/303-c%C3%A1ncer-de-mama-en-hombres

Bloque 3



TRIGONOMETRIA

SECUENCIA 6

Al término de esta secuencia serás competente si te aplicas en:

Conocimiento

- Relaciones
- Funciones
- Resolución triángulos y rectángulos y oblicuángulos
- Identidades Fundamentales
- Demostración de Identidades

Habilidades

- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
- Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- Argumenta la solución obtenida de un problema con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de de la información y la comunicación.

Actitudes

Colaboración -Responsabilidad

- Limpieza -Respeto
- Tolerancia -Disciplina

"LA CONTAMINACIÓN POR PESTICIDAS EN EL VALLES DEL YAQUI.

Actividad de Apertura

A continuacion se presenta una lectura relaciona a pesticidas, ¿Qué tendran que ver los pesticidas con las matematicas? Veamos…..

http://www.vanguardia.com.mx/diario/detalle/editorial/pesticidas/349728

Hoy por hoy, grupos de personas diferentes en distintos sitios de la Tierra, se quejan en todos los tonos por motivos diversos que sólo tienen en común el que las quejas van todas, sin excepción, contra hechos y conductas humanos.

Un caso ocurrido en Sonora hace unos meses se inicia con el "bombardeo" de pesticidas sobre un cortejo fúnebre en febrero pasado, que terminó con la intoxicación de veinte personas, entre ellas el Alcalde de la localidad de Bácum, y que volvió a llegar a la atención pública el debate por el daño que está ocasionando la contaminación en esa zona.

Casi cuatro millones de litros de pesticidas se aplican al año en el Valle del Yaqui, región que las autoridades ubican entre las más contaminadas del mundo, pues por 70 años se han usado agroquímicos ahí continuamente. El Valle del Yaqui abarca los municipios de Cajeme, Bácum, San Ignacio, Río Muerto y Benito Juárez, donde actualmente se siembran 220 mil hectáreas, 197 mil de trigo y el resto de hortalizas.

El uso de pesticidas en esa región data de los años 40, pero las quejas empezaron conforme se fueron poblando los alrededores de los campos agrícolas, y entre los pobladores surgieron alergias, abortos inexplicables, leucemia y cáncer, aunque las autoridades de Salud afirman que no existe información científica que relacione las enfermedades con el uso de pesticidas.

El gerente de la Asociación de Aerofumigadores Unidos del Valle del Yaqui reveló que de cuatro millones de litros de pesticidas, por lo menos un millón son aplicados cada año por aviones fumigadores, lo que representa el 20 por ciento del total de agroquímicos derramados anualmente en los campos agrícolas del surde Sonora.

"Los aerofumigadores son señalados como los responsables porque son los más vistosos, dijo, pero en realidad se aplica más agroquímico de manera manual y con tractores." Tomando en cuenta 300 hectáreas y dos aplicaciones mínimo por hectárea, digamos un millón de hectáreas que fumiguemos en el año, estamos hablando de un millón de litros de químico", indicó.

Actividad Uno

En relación a la lectura que acabas de hacer, te invito a que contestes las siguientes preguntas, para que después las compartas con el grupo.

1.- ¿Contra quién se quejan grupos humanos ante la contaminación del mundo?

2.- ¿Porque el Valle del Yaqui se considera como la región más contaminada del mundo?

3.- ¿Cuales son los efectos que producen en los humanos el uso de pesticidas?

Actividad Dos

A continuación se te presenta un *problema interesante,* el cual aprenderás a resolver durante el desarrollo de la secuencia.

Como calcular la altura de la torre que está contaminando el ambiente, si nos situamos a 21 m de la base de la imagen. Observando la torre con un ángulo de elevación de 75º. ¿Cuánto mide la torre?

Escribe en tu cuaderno las respuestas a las siguientes preguntas:

1. ¿Tienes idea como resolverlo con estos datos?
2. ¿Qué herramientas conoces para resolver el problema?
3. ¿Cómo calcularías la altura de la torre?
4. ¿Qué conoces sobre las medidas con ángulos?

Comenta tus respuestas con tus compañeros de equipo.

Recuerda que las aplicaciones trigonométricas son muy amplias y variadas y nos sirven para resolver problemas en arquitectura, ingeniería, agrimensura, navegación, astronomía, mecánica, movimiento ondulatorio, etc., además de ser la base para cursos más avanzados de matemáticas. Es por ello que debes analizar muy bien la siguiente información, para que mejores el hábito de razonar y puedas resolver problemas en situaciones concretas.

Actividad de Desarrollo

Lee la siguiente información y resuelve las actividades que se te presentan al final de cada una de ella.

Trigonometría.

La palabra trigonometría proviene de dos vocablos griegos: "trígono" cuyo significado es triángulo y "metria" cuyo significado es medición. Por tanto, podemos decir que: La trigonometría es la parte de la geometría que estudia las relaciones existentes entre las longitudes de los lados y las medidas de los ángulos de los triángulos.

Razones Trigonométricas

Las razones trigonométricas son relaciones que se establecen entre los lados de un triángulo rectángulo.
Estas razones varían al variar el ángulo de que se trate, es decir, que las razones son funciones del ángulo. A estas razones se les llama funciones trigonométricas.

Debido a que un triángulo tiene tres lados, se pueden establecer seis razones, dos entre cada pareja de estos lados. Las razones trigonométricas de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo son las siguientes:

Seno: razón entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa.

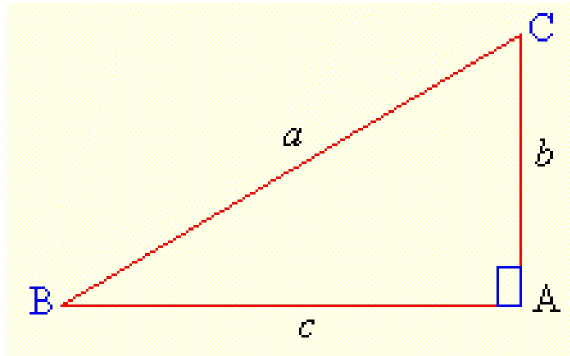
Coseno: razón entre el cateto adyacente al ángulo y la hipotenusa.

Tangente: razón entre el cateto opuesto al ángulo y el cateto adyacente.

Cotangente: razón entre el cateto adyacente al ángulo y el cateto opuesto.

Secante: razón entre la hipotenusa y el cateto adyacente al ángulo.

Cosecante: razón entre la hipotenusa y el Cateto opuesto al ángulo.



$\triangle ABC$, rectángulo en A
$\angle B$ y $\angle C$: ángulos agudos
a : hipotenusa
b : cateto, opuesto al $\angle B$ y adyacente al $\angle C$
c : cateto, opuesto al $\angle C$ y adyacente al $\angle B$

$$\operatorname{sen} B = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a} \qquad \operatorname{sen} C = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

$$\cos B = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a} \qquad \cos C = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

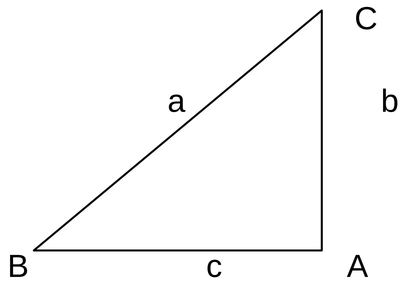
$$\tan B = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{b}{c} \qquad \tan C = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{c}{b}$$

$$\cot B = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{c}{b} \qquad \cot C = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{b}{c}$$

$$\sec B = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{a}{c} \qquad \sec C = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{a}{b}$$

$$\csc B = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{a}{b} \qquad \csc C = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{a}{c}$$

En el triángulo rectángulo BAC, las funciones trigonométricas del ángulo agudo B son:



$$\text{sen B} = \frac{b}{a}$$

$$\cos \text{B} = \frac{c}{a}$$

$$\tan \text{B} = \frac{b}{c}$$

$$\cot \text{B} = \frac{c}{b}$$

$$\sec \text{B} = \frac{a}{c}$$

$$\csc \text{B} = \frac{a}{b}$$

Funciones Trigonométricas Recíprocas

Dos cantidades son reciprocas cuando su producto es igual a la unidad.
Para un mismo ángulo agudo son funciones recíprocas el seno y la cosecante, el coseno y la secante, la tangente y la cotangente.

Para el ángulo agudo B de la figura anterior se tiene que:

(sen B)(csc B) = 1 (cos B)(sec B) = 1 (tan B)(cot B) = 1

de donde:

$$\csc \text{B} = \frac{1}{sen.B} \qquad \sec \text{B} = \frac{1}{\cos.B} \qquad \cot \text{B} = \frac{1}{\tan.B}$$

o bien:

$$\text{sen B} = \frac{1}{\csc.B} \qquad \cos \text{B} = \frac{1}{\sec.B} \qquad \tan \text{B} = \frac{1}{\cot.B}$$

En las cuatro primeras de estas funciones trigonométricas, se puede obtener su valor en tablas en forma directa, mientras que las dos últimas se obtienen a partir de los valores de sus recíprocas.

Relaciones trigonométricas de ángulos complementarios

En un triángulo rectángulo los ángulos son complementarios. En el triángulo rectángulo BAC las relaciones trigonométricas de los ángulos agudos B y C son:

sen B = $\frac{b}{a}$ sen C = $\frac{c}{a}$

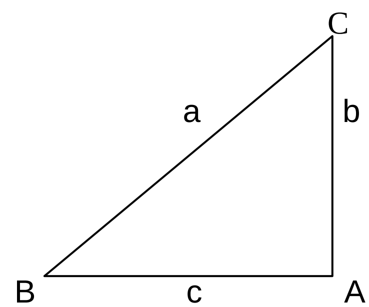
cos B = $\frac{c}{a}$ cos C = $\frac{b}{a}$

tan B = $\frac{b}{c}$ tan C = $\frac{c}{b}$

cot B = $\frac{c}{b}$ cot C = $\frac{b}{c}$

sec B = $\frac{a}{c}$ sen C = $\frac{a}{b}$

csc B = $\frac{a}{b}$ csc C = $\frac{a}{c}$



Como se puede observar, los valores del seno, la tangente y la secante son respectivamente iguales al coseno, cotangente y cosecante de su ángulo complementario, mientras que el coseno, cotangente y cosecante de un ángulo agudo son respectivamente iguales al seno, tangente y secante de su ángulo complementario.

Este hecho, de manera general, se puede expresar así:

sen 58° tiene el mismo valor que cos 32°

cos 58° tiene el mismo valor que sen 32°

tan 40°30' tiene el mismo valor que cot 49°30'

cot 40°30' tiene el mismo valor que tan 49°30'

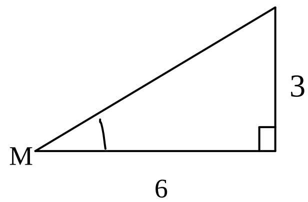
sec 15°30' tiene el mismo valor que csc 74°30'

csc 15°30' tiene el mismo valor que sec 74°30'

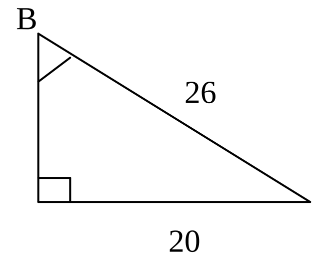
Actividad Dos

En equipo y con ayuda de tu profesor si es necesario, resuelve los siguientes ejercicios donde expreses las funcione trigonométricas SEN, COS, TAN, SEC, CSC y COT., correspondientes a los ángulos señalados con las letras mayúsculas.

sen M =
cos M =
tan M =
cot M =
sec M =
csc M =



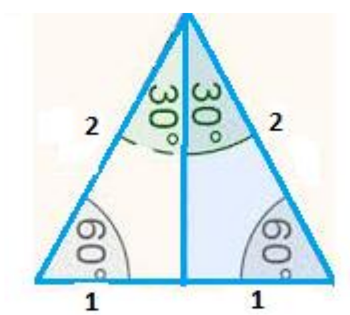
sen B =
cos B =
tan B =
cot B =
sec B =
csc B =



A continuación seguiremos conociendo más de **Funciones trigonométrica y como se relacionan los valores de ángulos agudos de 30°, 45° y 60°.**

Funciones trigonométricas con los ángulos de 30° y 60°

Si en un triángulo equilátero de lado igual a dos unidades, se traza la bisectriz de uno de sus ángulos al lado opuesto entonces, el triángulo equilátero queda dividido en dos triángulos rectángulos congruentes, pues la bisectriz coincide con la mediana y la altura.



$\text{sen } 30° = \frac{1}{2} = 0.5000$ $\qquad \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.8660$

$\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0.5773$ $\qquad \cot 30° = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} =$
1.7320

$\text{Sec } 30° = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = 1.1547$ $\qquad \text{Csc } 30° = \frac{2}{1} = 2 = 2.0000$

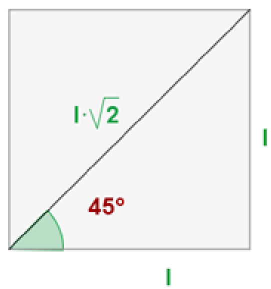
$\text{Sen } 60° = 0.8660$ $\qquad \text{Cos } 60° = \frac{1}{2} = 0.5000$

$\text{Tan } 60° = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} = 1.7320$ $\qquad \text{Cot } 60° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0.5773$

$\text{Sec } 60° = \frac{2}{1} = 2 = 2.000$ $\qquad \text{Csc } 60° = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = 1.1547$

Funciones del ángulo de 45°

Si en un cuadrado de lado igual a 1 se traza una diagonal, se obtienen dos triángulos rectángulos congruentes, pues la diagonal es bisectriz de los ángulos cuyos vértices une.



$$\text{Sen } 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.7071 \qquad \text{Cos } 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.7071$$

$$\text{Tan } 45° = \frac{1}{1} = 1 = 1.0000 \qquad \text{Cot } 45° = \frac{1}{1} = 1 = 1.0000$$

$$\text{Sec } 45° = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} = 1.4142 \qquad \text{Csc } 45° = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} = 1.4142$$

Con los valores de las funciones de 30°, 45° y 60° se forma la siguiente tabla:

Ángulo	sen	cos	tan	cot	sec	csc
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	**2**
45°	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	**1**	**1**	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
60°	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	**2**	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$

Haciendo uso de la tabla se puede calcular el valor numérico de expresiones como las siguientes:

a) cot 45° + sen 30° = $1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2} = 1.5$

b) tan 45° sen 30° - cot 45° cos 60° = $1.\frac{1}{2} - 1.\frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$

c) $\dfrac{\sec 45° \cos 60° \cot 30°}{sen 30° \tan 60° \csc 45°} = \dfrac{\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} \dfrac{\frac{1}{2}}{\sqrt{3}} \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 1$

Actividad Tres

En pareja y haciendo uso de la calculadora resuelve los siguientes ejercicios donde encuentres el valor numérico de las siguientes expresiones

Ejercicios.

1.- Hallar el valor numérico de:

a) sen 30° Cos 30° cot 60°

b) sen 60° cot 30° tan 45°

c) cot 60° tan 30° + sec^2 45°

d) 2 cot 30° + sec 60°

e) 3 tan 45° - 4 sen 30°

f) $\frac{\tan 45° + \cot 45°}{\csc 60°}$

g) $\frac{SEN60° - COS30°}{SEC60°}$

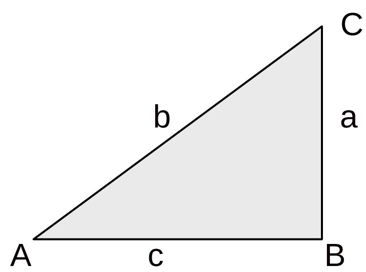
Y ¿cómo se aplican las funciones Trigonométricas en nuestras vidas? **A continuación se desarrollan ejemplos de problemas en la vida cotidiana, donde la aplicación de triángulos rectángulos y funciones trigonométricas nos ayudan a resolverlos. Pará ello veremos un poco de teoría.**

En un triángulo rectángulo se tienen cinco elementos fundamentales. Los ángulos agudos y los tres lados. Cuando se desconoce la medida de uno de los dos ángulos agudos, ésta se puede determinar restándole a 90° el valor del ángulo conocido. Si se conocen dos elementos fundamentales de un triángulo rectángulo, que no sean dos ángulos, es posible resolver el triángulo, es decir, se pueden calcular los valores de los demás elementos.
En general se presentan dos casos:

1.- Cuando se conocen dos lados
2.- Cuando se conocen un lado y un ángulo

La resolución se hace con aplicación de algunas de las cuatro primeras funciones o el Teorema de Pitágoras.

Primer caso: Cuando se conocen dos lados.



Datos	Incógnitas	Fórmulas
a = 5 m	b =	b = $\sqrt{a^2 + c^2}$
c = 7 m	A =	Tan A = $\frac{a}{c}$
B = 90°	C =	C = 90° - A

<u>Cálculo de b</u>

b = $\sqrt{5^2 + 7^2}$

b = $\sqrt{25 + 49}$

b = $\sqrt{74}$

b = 8.6 m

<u>Cálculo de A</u>

Tan A = $\frac{5}{7}$ = .7142

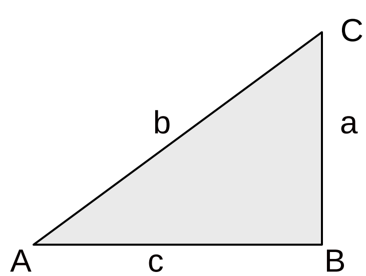
A = 35°32'

<u>Cálculo de C</u>

C = 90° - 35°32'

C = 54°28'

Segundo caso: Cuando se conoce un lado y un ángulo



Datos	Incógnitas	Fórmulas
a = 2 m	c =	A = 90° - C
C = 35°	b =	Tan A = $\frac{a}{c}$
B = 90°	A =	De donde
		c = $\frac{a}{\tan A}$
		sen A = $\frac{a}{b}$
		de donde
		b = $\frac{a}{senA}$

<u>Cálculo de A</u>

A = 90° - C

A = 90° - 35°

A = 55°

<u>Cálculo de b</u>

Sen A= $\frac{2}{b}$

b = $\frac{2}{Sen 55°}$

b = 2.44

<u>Cálculo de c</u>

Tan A = $\frac{a}{c}$

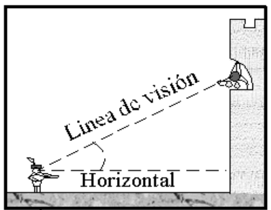
c = $\frac{a}{\tan A}$

c = $\frac{2}{Tan 55°}$

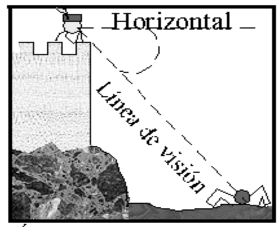
c = 1.4

Ángulo de elevación y ángulo de depresión

Se llama línea de visión a la recta imaginaria que une el ojo de un observador con el lugar observado. Llamamos ángulo de **elevación** al que forman la horizontal del observador y el lugar observado cuando éste está situado arriba del observador. Cuando el observador está más alto lo llamaremos ángulo de **depresión**.



Ángulo de elevación

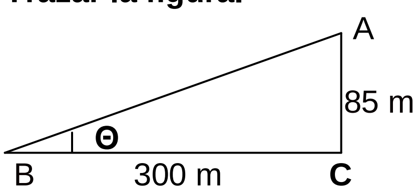


Ángulo de depresión

Sugerencia para resolver problemas.
En la resolución de problemas en que intervienen triángulos rectángulos y oblicuángulos, siempre se debe trazar una figura que aunque no esté a escala señale la posición y las relaciones que haya entre los segmentos y ángulos conocidos y los que se piden como solución. Además, se pueden dibujar líneas auxiliares que ayuden a establecer las relaciones

Ejemplo 1:
Se quiere construir una autopista de manera que cada 300 m se eleve 85 m, calcular el ángulo de elevación y la longitud de la carretera en ese tramo.

Trazar la figura.



Anotar: datos conocidos

C = 90°
a = 300 m
b = 85 m

datos a encontrar

c =
Θ B =

Buscar la razón trigonométrica
Como se conocen dos lados el cateto opuesto y cateto adyacente

Entonces la razón es Tan = $\frac{a}{b}$

Sustituir los valores:

Tan Θ B = $\frac{85}{300}$

Θ B = $\tan^{-1}(0.2833)$
Θ B = 15°49'3"

Para encontrar el valor de c se calcula con el teorema de Pitágoras
$c^2 = 85^2 + 300^2$

c = $\sqrt{85^2 + 300^2}$

c = $\sqrt{7225 + 90000}$

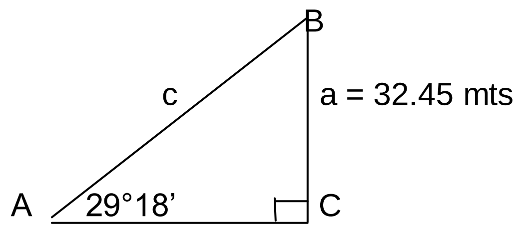
c = $\sqrt{97225}$

c = 311.8 m

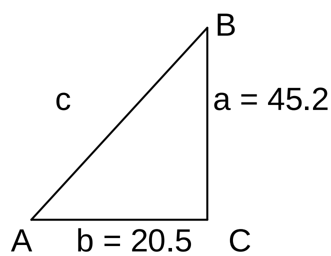
Actividad Cuatro

En pareja, resuelve los siguientes ejercicios aplicando las funciones trigonométricas, y el teorema de Pitágoras, para la resolución de triángulos rectángulos.

1. Resolver el triángulo rectángulo ABC si $a = 32.45$ mts y $\angle A = 29° 18'$



2. Resolver El triángulo ABC si $a = 45.2$ m y $b = 20.5$



3.- Para calcular la altura de la torre Eiffel, nos situamos a 74 m de la base de la torres, si observamos la torres con un ángulo de elevación de 75°. ¿Cuánto mide la torre?

4.- Una torre de 15.25 m de altura se localiza al borde de un río. El ángulo de elevación entre la orilla opuesta y la cima de la torre es de 37°. ¿Cuál es la anchura del río?

5.- ¿En una pared a que altura aproximada llegará una escalera de 2.5 m de altura, si forma un ángulo de 70° con el piso?

6.- Un avión despega formando un ángulo de 30° con el piso. ¿Cuál será la distancia sobre la pista, cuando el avión haya recorrido 800 m de vuelo desde el punto de elevación?

7.- Cuando el sol se encuentra a 20° sobre el horizonte. ¿Cuánto medirá la sombra que proyecta una torre de 62 m de altura?

Hola, hasta este momento hemos trabajado con triángulos que son rectángulos, pero ¿Cómo podemos resolver una situación donde la figura geométrica es diferente al triangulo rectángulo?

Veamos la siguiente información

Resolución de triángulos oblicuángulos.

En un triángulo oblicuángulo se tienen seis elementos fundamentales: los tres lados y los tres ángulos. De tal manera que puede haber tres ángulos agudos o un ángulo obtuso y dos agudos, si sólo se conocen dos ángulos, el tercero se puede obtener restando a 180° la suma de los dos primeros.
El triángulo oblicuángulo se puede resolver si se conocen tres elementos, no todos ángulos, excepción hecha con base en el caso ambiguo.
En general se presentan cuatro casos:

Caso I	Cuando se conocen un lado y dos ángulos
Caso II	Cuando se conocen dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos
Caso III	Cuando se conocen dos lados y el ángulo comprendido entre ellos.
Caso IV	Cuando se conocen tres lados-

Para resolver los triángulos oblicuángulos se tienen dos herramientas matemáticas, que se conocen como **ley de senos** y **ley de cosenos**, los cuales se presentan a continuación.

Ley de senos.

En todo triángulo los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos, es decir:

$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$$

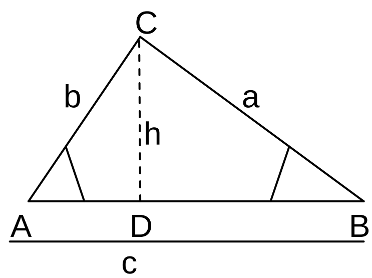
Ley de cosenos.

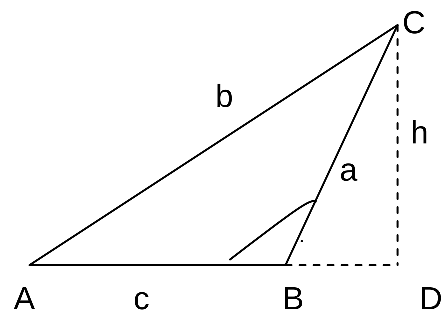
En todo triángulo, el cuadrado de un lado cualquiera es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos, menos el doble producto de estos lados por el coseno del ángulo comprendido, es decir:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Ley de los senos

Sea ABC un triángulo oblicuángulo cualquiera. Trácese CD perpendicular a AB o a su prolongación. Sea h la longitud de CD. En la primera figura A y B son ángulos agudos, en la segunda B es un ángulo obtuso y en ambas figuras AB = c.





En cualquiera de las dos figuras, en el triángulo rectángulo ACD, h = b sen A y en el triángulo rectángulo BCD, h = a sen B, ya que en la segunda figura h = a sen $\angle$ABC = a sen (180° - B) = a sen B.

Por tanto: a sen B = b sen A o $\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB}$

En forma similar si se traza una perpendicular desde B a AC o desde A a BC, se puede obtener: $\frac{a}{senA} = \frac{c}{senC} \quad \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$

y por tanto $\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$

Ley de los cosenos.

Con referencia a las dos figuras anteriores, se tiene que en el triángulo rectángulo ACD de cualquiera de las dos figuras.

$$b^2 = h^2 + (AD)^2$$

En la primera figura
En el triángulo rectángulo BCD, h = a sen B y DB = a cos B,
Por tanto

$$AD = AB - DB = c - a \cos B$$

Y como consecuencia:

$$b^2 = h^2 + (AD)^2 = a^2 \operatorname{sen}^2 B + c^2 - 2ca \cos B + a^2 \cos^2 B$$

$$= a^2 (\operatorname{sen}^2 B + \cos^2 B) + c^2 - 2ca \cos B$$

$$= c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

En la segunda figura
En el triángulo rectángulo BCD

$$h = a \operatorname{sen} \angle CBD = a \operatorname{sen} (180° - B) = a \operatorname{sen} B$$
$$BD = a \cos \angle CBD = a \cos (180° - B) = -a \cos B$$

y por ello.

$$AD = AB + BD = c - a \cos B$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

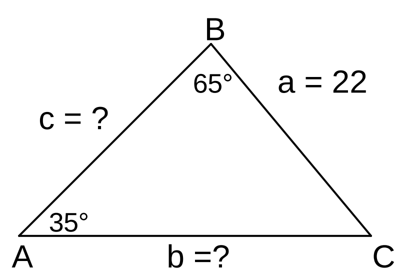
Las otras dos relaciones se pueden obtener con un cambio cíclico de las letras.

Aplicando la Ley de Senos y la Ley de Coseno en la resolución de triángulos

Primer caso: Cuando se conocen un lado y dos ángulos

Ejemplo:
Resolver el triángulo oblicuángulo ABC si a = 22 m $\angle A = 35°$, $\angle B = 65°$

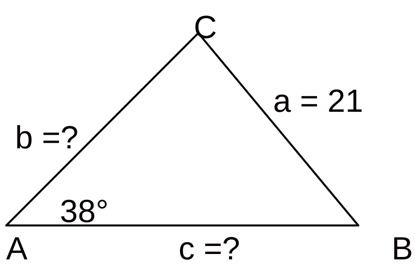
Datos	Incógnitas	Fórmula
a = 22	b =?	$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$
A = 35°	c =?	
B = 65°	C =?	C = 180° - (A+ B)



Calcular b	Calcular c	Calcular C
$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB}$	$\frac{a}{senA} = \frac{c}{senC}$	C = 180° - (A + B)
b sen A = a sen B	c sen A = a sen C	C = 180° - (35° + 65°)
b = $\frac{asenB}{senA}$	c = $\frac{asenC}{senA}$	C = 180° - 100°
b = $\frac{22sen65°}{sen35°}$	c = $\frac{22sen80°}{sen35°}$	
b = $\frac{22(0.9063)}{0.5736}$	c = $\frac{22(0.9848)}{0.5736}$	
b = 34.7 m	**c = 37.7 m**	**C = 80°**

Segundo caso: Cuando se conocen dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos.

Ejemplo: Resolver el triángulo oblicuángulo ABC, si A = 48°, a = 21, b = 26

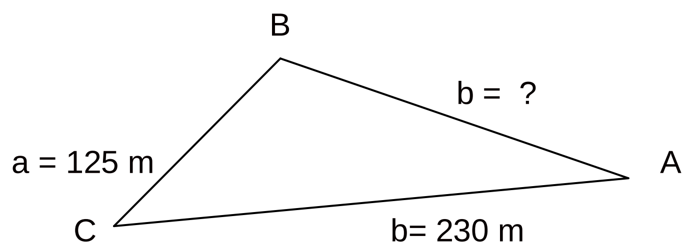


Datos	Incógnitas	Fórmula
a = 21	c =	$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$
b = 26	B =	
A = 38°	C =	C = 180° - (A+ B)

Calcular B	Calcular C	Calcular c
Sen B = $\frac{bsenA}{a}$	C = 180° - (A + B)	c = $\frac{asenC}{senA}$
Sen B = $\frac{26(sen38°)}{21}$	C = 180° - (38° + 49°39')	c = $\frac{21sen92°21'}{sen38°}$
Sen B = $\frac{16.0071}{21}$	C = 180° - 87°39'	c = $\frac{20.98}{0.6156}$
B = 49°39'	**C = 92°21'**	**c = 34-08**

Tercer caso: Cuando se conocen dos lados y el ángulo comprendido entre ellos

Ejemplo: Resolver el triángulo oblicuángulo ABC si a = 125 m. b = 230 m , $\angle$ C = 35°10'



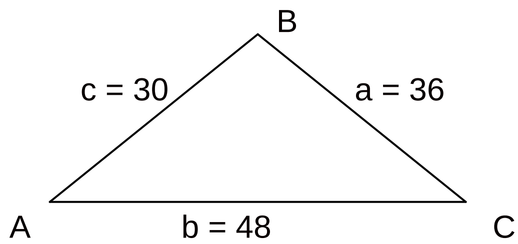
Datos	Incógnitas	Fórmula
a = 125 m	c =	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
b = 230 m	A =	
C = 35°10'	B =	

Calcular A	Calcular B	Calcular c
$\frac{a}{senA} = \frac{c}{senC}$	$\frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
Sen A = $\frac{asenC}{c}$	Sen B = $\frac{bsenC}{c}$	$c^2 = 125^2 + 230^2 – 2 (125) (230) \cos 35°10'$
Sen A = $\frac{125 sen 35°10'}{146.69}$	Sen B = $\frac{230 sen 35°10'}{146.49}$	$c^2 = 15\,625 + 32\,900 - 57\,500 (0.8175)$
Sen A = $\frac{125(0.5760)}{146.69}$	Sen B = $\frac{230(0.5760)}{146.69}$	$c^2 = 68\,525 - 47\,006.25$
Sen A = 0.4908	Sen B = 0.9031	
< A = 29°24'	**< B = 115°26'**	**c = $\sqrt{21518.75}$ = 146.49 m**

Cuarto caso: cuando se conocen los tres lados.

Ejemplo:

Resolver el triángulo oblicuángulo ABC , si a = 36 m , b = 48 m y c = 30 m.



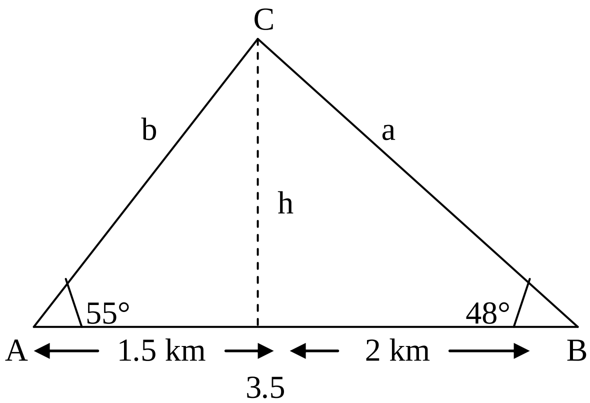
Datos	Incógnitas	Fórmula
a = 36 m	A =	Cos A = $\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$
b = 48 m	B =	Cos B = $\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$
c = 30 m	C =	Cos C = $\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

Calcular A	Calcular B	Calcular C
Cos A = $\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$	Cos B = $\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$	Cos C = $\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$
Cos A = $\frac{48^2+30^2-36^2}{2(48)(30)}$	Cos B = $\frac{36^2+30^2-48^2}{2(36)(30)}$	Cos C = $\frac{36^2+48^2-30^2}{2(36)(48)}$
Cos A = 0.6625	Cos B = -0.500	Cos C = 0.7812
< A = 48°30’	**< B = 92°52’**	**< C = 38°38’**

Ejemplo para resolver un problema.

En una feria dos alumnos deciden determinar la altura a que se encuentra un globo sujeto al piso por una cuerda, y para el efecto uno se separa 1.5 km y el otro 2 km de la cuerda y miden los ángulos de elevación de 55° y de 48°, respectivamente. ¿Cuál es la altura en que se encuentra el globo?

Hacer el dibujo



Resolución

C = 180° - (48° + 55°)
C = 180° - 103°
C = 77°

Con la ley de los senos

$$\frac{b}{sen48°} = \frac{3.5}{sen77°}$$

$$b = \frac{3.5sen48°}{sen77°}$$

$$b = \frac{2.60}{0.9743}$$

b = 2.66

Con el valor de B y 2 **<u>calculamos h</u>**

$$\text{Cot } 48° = \frac{2}{h}$$

$$h = \frac{2}{\cot 48°}$$ **h = 2.22**

Actividad Cinco

En equipo resuelve los siguientes ejercicios-problemas, aplicando las ley de senos y cosenos.

1.- Analiza las siguientes figuras, anota los datos conocidos y las incógnitas de cada una de ellas, resuelve con la ley de seno o coseno según sea el caso.

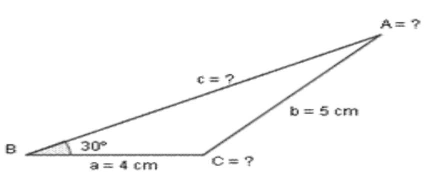


Figura 1

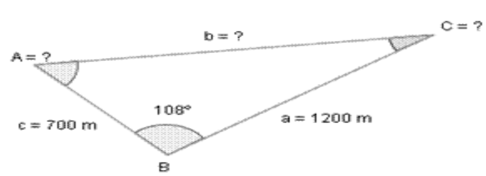
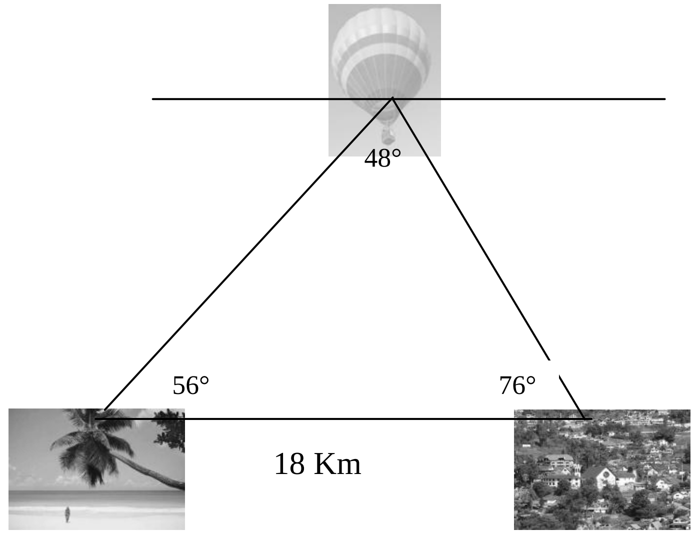


Figura 2

2.-



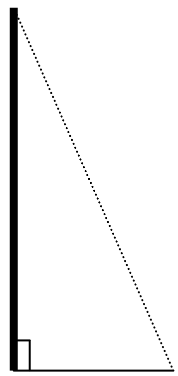
Problema

Una empresa dedicada a la publicidad ha iniciado una campaña para la introducción de una marca de refresco embotellado. Para ello, emprende un viaje de promoción en un globo aerostático entre un pueblo y una playa muy concurrida, situada a 18 Km. de distancia. A los 25 minutos de iniciado el vuelo en globo, el conductor determina los ángulos de depresión. Hacia la playa un ángulo de 56° y hacia el pueblo un ángulo de 82°. Calcular a que distancia se encuentra de la playa.

Se plantean soluciones posibles, hasta que, después de reflexionar sobre la situación, hay que hacer una ilustración del problema.

Actividad de Cierre

Abordemos de nuevo el problema inicial a esta secuencia de aprendizaje:



Como calcular la altura de la torre que está contaminando el ambiente, si nos situamos a 21 m de la base de la imagen. Observado la torre con un ángulo de elevación de 75º.

Resuelve el *problema.*

- En tus respuestas cita varios ejemplos de las funciones trigonométricas, para la resolución de triángulos rectángulos.

Comparte tus respuestas con las de tus compañeros.

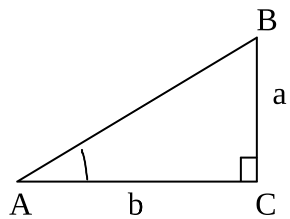
- Elaboren una estrategia a seguir con la aplicación de las técnicas aprendidas de trigonometría.

Actividad Seis

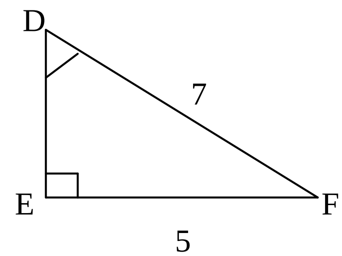
Lee cuidadosamente cada uno de los siguientes ejercicios-problemas y resuélvelos aplicando las funciones trigonométricas, el teorema de Pitágoras, Ley de Senos y Ley de Cosenos para la resolución de triángulos rectángulos, de acuerdo a los datos que te indiquen en cada planteamiento.

1.- Resuelve los siguientes ejercicios donde expreses las funciones trigonométricas SEN, COS, TAN, SEC, CSC y COT., correspondientes a los ángulos señalados con las letras mayúsculas.

sen A =
cos A =
tan A =
cot A =
sec A =
csc A =



sen D =
cos D =
tan D =
cot D=
sec D =
csc D =



2.- Hallar el valor numérico de:

a) sen 60° cos 45° cot 60° =
b) cos 60° csc 30° + sec^2 45° =
c) 2 cot 30° + sen 60° =
d) $\dfrac{\tan 45° + \cot 45°}{\csc 60°}$ =

3.- Una escalera alcanza el borde de una ventana que está a 7.8 m del suelo y forma con la pared un ángulo de 28°. Hallar la medida de la escalera.

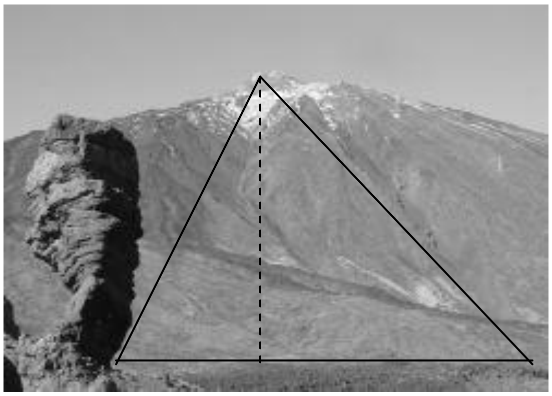
4.- Desde un avión que está a 180 m sobre el centro de una ciudad, el ángulo de depresión a otra población es de 22°. Hallar la distancia entre las dos poblaciones.

5.- Calcular la altura de un torre si desde un punto situado a un kilómetro de la base se ve la cúspide con un ángulo de elevación de 16°42’.

6.- Desde lo alto de un acantilado de 50 m sobre el nivel del agua, el ángulo de depresión en que se localiza un barco es de 35°, ¿a qué distancia del acantilado se encuentra el barco?.

7.- Una persona cuya altura es de 1.78 m proyecta una sombra de 3.5 m. Calcula el ángulo de elevación del sol.

8.- Al pie de una montaña en un lugar accesible, se observa su cima. A la izquierda forma un ángulo de elevación de 72°. Se traza Una línea horizontal de 2560 metros hacia la derecha donde se forma otro ángulo de elevación de 70°. Calcular la altura de la montaña.



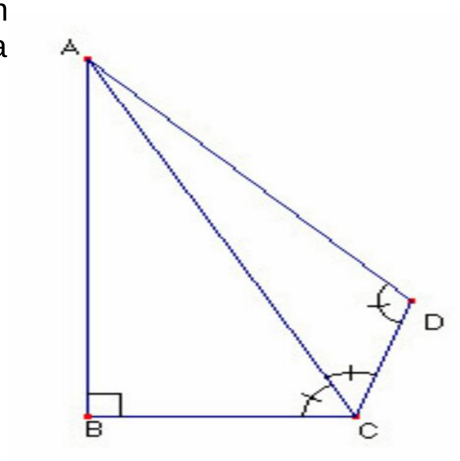
9.- Dos aviones parten al mismo tiempo desde un aeródromo siguiendo direcciones que forman entre sí un ángulo de 35°. Uno de los aviones se desplaza a una velocidad de 650 km/h y el otro a 450 km/h. ¿A qué distancia se encuentran los aviones transcurridos 90 minutos.

10.- El lado mayor de un terreno triangular mide 1700 m, los otros dos lados forman ángulos de 56° y 71°10’, respectivamente, con ese lado. Cálcula el área del terreno.

11.- Para calcular la altura de una montaña se han realizado una serie de mediciones de tal manera que:

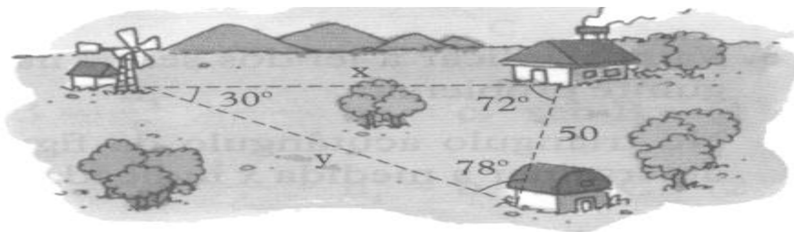
a) El ángulo ACB mide 60º;
b) El ángulo ACD mide 65º;
c) El ángulo ADC mide 80º;
d) El lado cd mide 250m.

Calcular la altura de la montaña.



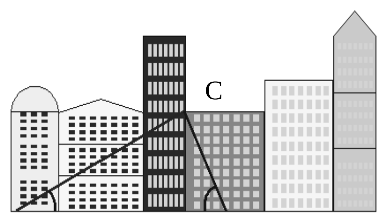
12.- Los tres lados que limitan un terreno miden 315m, 480m, y 500m. Calcular los ángulos que forman dichos lados.

13.- El dueño del rancho, quiere instalar la energía eléctrica en su casa y el granero. De su casa al granero hay una distancia de 50 metros. Del transformador de energía al granero se forma un ángulo de 30° y de la casa al granero se forma un ángulo de 72°. Para comprar el cable, necesita saber cuál es la distancia del transformador de energía a la casa y al granero. Ayúdalo a encontrar la distancia.



14.- Dos personas de frente y a 2500m una de otra en el mismo nivel horizontal, observan un avión con ángulos de elevación de 50°10' y 65°40'. Hallar la altura del avión.

15.- Marta y Rafael caminan por la avenida separados 100 m. Marta ve la esquina izquierda de la azotea de un edificio con un ángulo de elevación de 30º, y Rafael lo hace con un ángulo de 60º. Halla su altura.



A= 30° c = 100 m B =60°

Coevaluación

Ahora se te presenta una actividad en la que tendrás oportunidad de producir o construir a partir de los aprendizajes adquiridos hasta el momento sobre identidades trigonométricas.

Por otra parte, para darnos cuenta de nuestro avance actitudinal, te presentamos un instrumento en el que podrás evaluar el comportamiento de tus compañeros en la(s) actividad(es) en equipo de esta secuencia. Es muy importante ser muy objetivos, por lo que te pedimos ser veraz con lo que indiques, ya que será de gran ayuda para tus compañeros. Al término de éste, entrégalo los resultados a tu maestro-facilitador, el les indicará la manera de procesar esta información.

***Instrucciones*.-** Los enunciados siguientes son descripciones de comportamientos que durante el trabajo en equipo pudieron manifestar tus compañeros, en 6 habilidades actitudinales. Lee cada descripción y escribe los nombres de los estudiantes de tu equipo que mejor la cumplan. Tus elecciones serán confidenciales. Considera lo siguiente:

5. Anota el nombre completo de tus compañeros en la lista, asegúrate del número que le corresponda a cada uno de ellos.
6. De cada pregunta, pon una "X" al número que corresponda el o los compañeros que participaron contigo en las actividades en equipo de esta secuencia, que cumplan con la condición de cada pregunta. Es importante que consideres solo aquel o aquellos compañero(s) que cumplen con ese rasgo.
7. Un mismo compañero puede cumplir con más de una descripción, por lo que puedes repetir el número en todas las preguntas (rasgos) que consideres.
8. Puedes anotar cualesquier observación o aclaración que tengas en cada pregunta.

Lista de compañeros:

No.	Nombre compañero participante		
	Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)
1			
2			
3			
4			
5			

Evaluación:

No.	Preguntas	Evaluación					
		Integrantes					Observaciones
		1	2	3	4	5	
Habilidad: *Capacidad de aprender por cuenta propia*							
1	¿Quién busca continuamente el conocimiento por sus propios medios en diversas fuentes de información?						
2	¿Quién tiene hábitos de estudio que implican disciplina, concentración, responsabilidad, búsqueda de información y verdadero deseo de aprender?						
3	¿Quién reconoce que la responsabilidad de aprender es algo personal y no responsabiliza a nadie de no haber aprendido algo?						
Habilidad: *Capacidad de análisis, síntesis y evaluación*							
1	¿Quién continuamente estructura la información importante de un problema, de tal forma que facilite la comprensión de la situación problemática?						
2	¿Quién frecuentemente detecta las ideas básicas de una situación problemática, genera soluciones correctas y elige las más convenientes?						
3	¿Quién frecuentemente formula juicios críticos sobre las soluciones que se proponen para determinado problema?						
Habilidad: *Pensamiento crítico*							
1	¿Quién analiza con frecuencia la información desde diversos puntos de vista?						
2	¿Quién identifica continuamente las ventajas y las desventajas de una decisión?						
3	¿Quién detecta con frecuencia las áreas de mejora en un determinado procedimiento?						
Habilidad: *Creatividad*							
1	¿Quién continuamente genera ideas originales o soluciones nuevas?						
2	¿Quién es original e imaginativo?						
3	¿Quién con frecuencia promueve un ambiente de innovación?						
4	¿Quién respeta las ideas creativas de otras personas?						
Habilidad: *Trabajo en equipo*							
1	¿Quién repetidamente muestra buenas habilidades de comunicación que le permitan saber hacer peticiones, ofrecimientos y reclamos, así como escuchar, negociar y responsabilizarse de sus promesas?						
2	¿Quién respeta las aportaciones de los demás miembros de su grupo, aun cuando vayan en contra de las aportaciones propias?						
3	¿Quién antepone los objetivos del grupo a los objetivos personales?						
4	¿Quién con frecuencia reconoce las diferentes habilidades de cada uno de los miembros del grupo y las aprovecha para lograr el mejor resultado?						
5	¿Quién es responsable del producto final del trabajo del grupo?						
Habilidad: *Valores*							
1	¿Quién acepta cuando se equivoca, reconoce y						

	afronta sus errores, y se responsabiliza de las consecuencias?						
2	¿Quién reconoce los logros de sus compañeros?						
3	¿Quién es puntual en la entrega de las actividades?						
4	¿Quién cumple con las fechas límite para terminar las tareas que se comprometió a llevar a cabo?						

BIBLIOGRAFÍA:

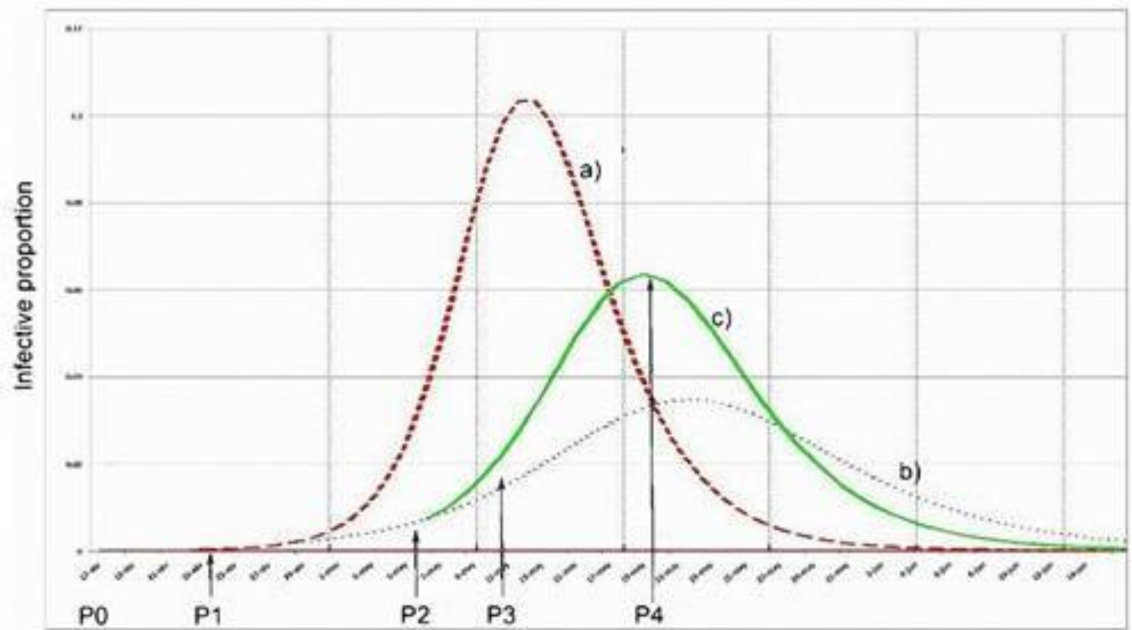
BALDOR Aurelio 1997, *Geometría y Trigonometría*, 15ta. Reimpresión, México, pp. 302-315..

ORTIZ CAMPOS Francisco José, Matemáticas II, 3ra. Reimpresión, México 2007. Publicaciones Cultural, pp160-172.

FUENLABRADA Samuel, Geometría y Trigonometría, Ed. Rev. 2004, México 2006. McGraw-Hill. Pp 89-100.

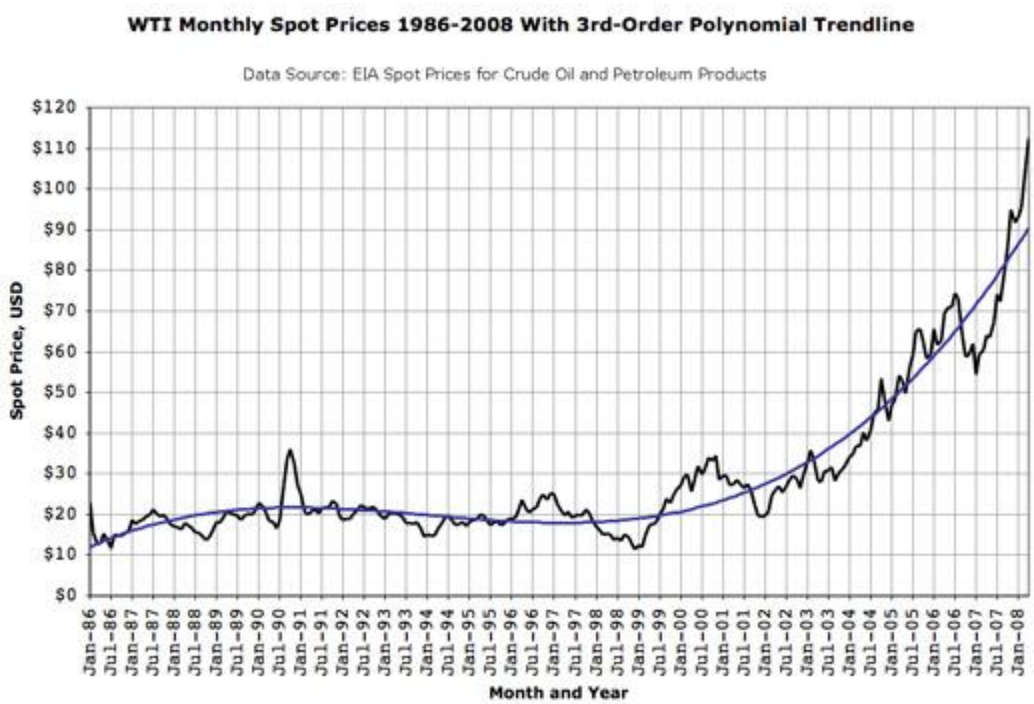
Bloque 4

Modelo de la epidemia de influenza AH1N1 en la Ciudad de México.



EXPONENCIALES
Y
LOGARÍTMICAS

SECUENCIA 7



Al término de esta secuencia serás competente si te aplicas en:

Conocimiento

- Que es una ecuación trigonométrica
- Como se resuelven
- Donde se aplican
- Que es una ecuación exponencial y su resolución
- Que es una función logarítmica y su resolución

Habilidades

- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
- Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- Argumenta la solución obtenida de un problema con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

Actitudes

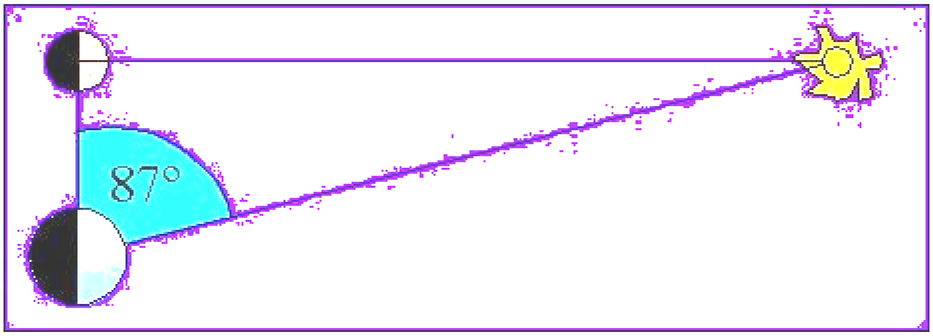
Colaboración -Responsabilidad

- Limpieza -Respeto
- Tolerancia -Disciplina

Actividad de Apertura

La distancia entre la tierra y el sol.

Aristarco (s. III a. J.), célebre astrónomo de Alejandría, intentó calcular cuántas veces era mayor la distancia de la Tierra respecto del Sol que de la Luna. Cuando observamos la Luna en cuarto creciente las líneas Tierra-Luna y Luna-Sol forman un ángulo de 90º. Aristarco midió el ángulo que formaba la tierra con la Luna y el Sol estimando su valor en 87º.



De esta forma: $\cos 87^\circ = \dfrac{(T-L)}{(T-S)}$; $\quad (T-S) = \dfrac{(T-L)}{0'0523359} = 19'1\,(T-L)$

Aristarco obtuvo que la distancia de la Tierra hasta el Sol fuera unas veinte veces mayor que hasta la Luna. Si sustituimos el valor (T-L) comentado anteriormente, obtenemos una distancia solar de 7344920 Km.

Volviendo con nuestro astrónomo, faltaba comentar que cometió un pequeño error al medir el ángulo cuyo valor real se aproxima bastante a 89º 50'. Esta pequeña diferencia en la medida del ángulo se tradujo en una gran diferencia respecto de la verdadera separación Tierra-Sol

Con mayor precisión se ha podido establecer que el Sol dista unos 150 millones de Km. Como recordarás, a este valor se le llama unidad astronómica (UA).

Hasta el momento de la determinación de la distancia de la tierra al sol, presenta los elementos que fueron necesarios para dar respuesta:____
____
____.

Actividad de Desarrollo

¿Que es una ecuación trigonometrica?

La palabra ***ecuación*** viene del latín, de *aequatus,* participio pasivo de *aequare* : "igualar, volver igual". Una ecuación es una afirmación de igualdad entre dos expresiones matemáticas. Resolver la ecuación significa encontrar la o las condiciones requeridas o necesarias para que se cumpla la igualdad propuesta.

Una ecuación es una especie de *"adivinanza numérica"*, o sea que se hace un planteamiento cuya respuesta debe ser un número. Por ejemplo: *"¿Qué número elevado al cuadrado es igual al doble de ese número más veinticuatro?"*. Es una adivinanza cuya respuesta es el número **6**. La diferencia entre cualquier adivinanza con las *"adivinanzas numéricas"*, llamadas ecuaciones, es que para responder las primeras "hay que atinarle a la respuesta", mientras que en las numéricas, existen procedimientos que conducen certera e infaliblemente a la solución.

Una ecuación trigonométrica es aquella ecuación en la que aparecen una o más funciones trigonométricas. En las ecuaciones trigonométricas la incógnita es el ángulo común de las funciones trigonométricas.

Entonces, una ecuación trigonométrica también va a ser una especie de *"adivinanza numérica"*, solamente que relacionada con una función trigonométrica. Por ejemplo: *"El seno de un ángulo más el coseno de ese mismo ángulo es igual a* 1.328926*. ¿Cuál es ese ángulo?"*. El alumno puede comprobar con su calculadora que la respuesta es $\mathbf{25^o}$; pero evidentemente que esa respuesta no es posible encontrarla al tanteo; Debe existir un procedimiento matemático que lleve a la solución, el cual es el planteamiento de una ecuación trigonométrica: $sen\ x + cos\ x = 1.328926$

Para el estudio conviene clasificar las ecuaciones trigonométricas y mencionar el método de solución que les corresponda.

Ecuaciones trigonométricas sencillas

Son las que se resuelven simplemente despejando la función trigonométrica y luego aplicando la función inversa para despejar el argumento. El argumento es el ángulo, que no necesariamente es x. Recordar que todas las funciones trigonométricas Inversas tienen dos soluciones.

Ejemplo 1:

cos 2x = 0.642787609

Solución: En este caso, la función trigonométrica ya está despejada. El ángulo, o sea el argumento es 2x. Entonces aplicando la función inversa para despejar el argumento, se obtiene:

cos 2x = 0.642787609
2x = arc cos 0.642787609

Primer cuadrante:	Segundo cuadrante:
$2x_1 = 50$ $x_1 = \frac{50}{2}$ $x_1 = 25$	$2x_2 = 360 - 50$ $2x_2 = 310$ $x_2 = \frac{310}{2}$ $x_2 = 155$

¡**Cuidado**!: Al afirmar que existen dos soluciones en la ecuación trigonométrica, se refiere a que el arco coseno de 0.642787609 es 50 grados y también 310 grados los cuales son iguales al argumento 2x. No debe confundirse entonces entre que esos valores sean iguales a x a que sean iguales al argumento, en este caso a 2x. La realidad es que esos valores deben ser iguales siempre al argumento.

Ejemplo 2:

sen (2*x* + 8) = - 0.93969262

Solución: En este caso la función trigonométrica ya está despejada. El ángulo, o sea el argumento es (2*x* + 8). Entonces aplicando la función inversa para despejar el argumento, se obtiene:

sen (2*x* + 8) = - 0.93969262
(2*x* + 8) = *arc sen* (- 0.93969262)

Se obtiene

Tercer cuadrante:	Cuarto cuadrante:
$2x_1 + 8 = 180 + 70$	$2x_2 + 8 = 360 - 70$
$2x_1 + 8 = 250$	$2x_2 + 8 = 290$
$2x_1 = 250 - 8$	$2x_2 = 290 - 8$
$2x_1 = 242$	$2x_2 = 282$
$x_1 = \dfrac{242}{2}$	$x_2 = \dfrac{282}{2}$
$x_1 = 121$	$x_2 = 141$

Actividad Uno

Forma equipo con tus compañeros y resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas en tu libreta de apuntes.

1) *sen* $3x = 0.707106781$

2) *tan* $8x = 5.671281820$

3) *cos* $(x - 7) = - 0.788010753$

4) *tan* $(5x + 7) = - 1.962610506$

5) *sen* $(9 - 2x) = - 0.087155742$

6) *cos* $5x^2 = - 0.422618261$

7) *tan* $3x^2 = - 3.077683537$

8) *sen* $(x^2 + 2) = 0.992546151$

9) *cos* $(x^2 - 50) = 0.069756473$

Ecuaciones trigonométricas de la forma a sen x = b cos x

Las siguientes ecuaciones trigonométricas más sencillas de resolver son las que tienen la forma m sen x = n cos x, donde m y n son números conocidos, ya que basta escribir la ecuación en la forma:

$$\frac{\text{senx}}{\text{cosx}} \quad \frac{n}{m}$$

dividiendo la ecuación original entre m, cos x (lo que indebidamente se dice que "pasa a dividir el coseno y m al otro lado").

Ejemplo 1: **5 sen x + 11 cos x = 0**

Solución: Restando 11cos x en ambos lados (lo que indebidamente se dice que el 11cos x pasa al otro lado a restar), la ecuación queda en la forma m sen x = n cos x.

Haciéndolo:

5 sen x = - 11 cos x

En este caso, m = 5 y n = - 11. Dividiendo toda la igualdad anterior entre 5cos x (lo que indebidamente se dice que el 5 y el cos x pasan al otro lado a dividir), se obtiene:

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-11}{5}$$

sustituyendo por la tangente,

$$tanx = \frac{sen\ x}{\cos x}$$

$$\tan x = \frac{-11}{5}$$

$$x = \tan^{-1} \frac{-11}{5}$$

la cual tiene dos soluciones, una en el segundo cuadrante y la otra en el cuarto, ya que allí la tangente es negativa. Recordando que primero se le saca arco tangente al valor absoluto de (- 2.2), lo que da arc tan 2.2 = 65.556, se tiene que:

Segundo cuadrante	Cuarto cuadrante
$x_1 = 180 - 65.556$ $x_1 = 114.443$	$x_2 = 360 - 65.556$ $x_2 = 294.443$

Actividad Dos

Forma equipo con tus compañeros y resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas en tu libreta de apuntes.

1) $2sen\ x = cos\ x$
2) $12sen\ 10x = 4cos\ 10x$
3) $cos2x - 7\ sen\ 2x = 0$
4) $8sen\ (2x - 2) = 4cos\ (2x - 2)$
5) $sen(3x + 2) = 5cos\ (3x + 2)$
6) $20sen\ (5x + 7) = - 5cos\ (5x + 7)$

¿Cómo se representaría matemáticamente una epidemia mundial?
Para ello analizaremos la siguiente información, es importante que consideres el tener conocimientos y habilidades en el manejo de las propiedades generales de los logaritmos (reglas) y los exponentes:

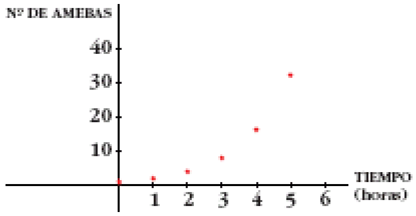
Las amebas, como sabes, son seres unicelulares que se reproducen partiéndose en dos (bipartición). Esto se realiza más o menos rápidamente según las condiciones del medio en que se encuentren (cultivo). Supongamos que las condiciones de un cultivo son tales que las amebas se duplican aproximadamente cada hora y que, inicialmente, hay una ameba.

Anota las respuestas en tu cuaderno a las siguientes actividades.

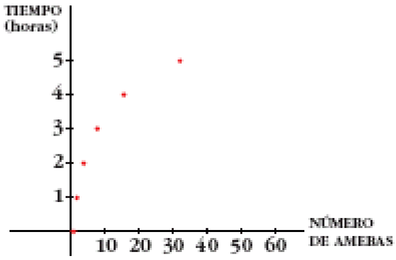
a) Calcula el número aproximado de amebas que habrá según pasan las horas y completa esta tabla en tu cuaderno:

TIEMPO (horas)	0	1	2	3	4	5	6
Nº DE AMEBAS	1	2	4				

b) Representa gráficamente estos datos en una hoja de papel cuadriculado.



c) Cambia los ejes y representa la función cuyas variables sean, ahora:
x: número de amebas y: tiempo (en horas)



Compara tus resultados con tus compañeros de equipo y grupo.

A continuación lee la siguiente información.

ECUACIONES EXPONENCIALES Y LOGARITMICAS

Los logaritmos naturales, Neperianos o hiperbólicos fueron inventados por Neper. En lugar de la base diez emplean una base llamada “e”, cuyo valor es de 2.71827…

En la solución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas se manejan los logaritmos en las operaciones fundamentales como se describen en los ejemplos siguientes:

Adición

Número	log
2.8	0.4472
6.5	0.8129
12.3	1.0899
	2.3500

Sustracción

log 11 – log 7 = 1.0414 - 0.8451 = 0.1963

Multiplicación

2log 625 = 2(2.7959) = 5.5918

División

$$\frac{\log 29}{\log 2} = \frac{1.4624}{0.3010} = 4.858$$

Potencia

$\log (0.0345)^3 = 3 \log 0.0345 = 3(\bar{2}.5378)$
$= 3(-l.4622)$
$= -4.3866$
$= \bar{5}.6134$

Se hizo negativo el log.
Realizamos la operación.
Pasamos nuevamente a la forma inicial.

Raiz

$$\text{Log } \sqrt[4]{14.25} = \log(14.25)^4 = \frac{1}{4}\log 14.25$$

$$\frac{1}{4}(1.1538) = \frac{1.1538}{4} = 0.2884$$

Como la característica es positiva, realizamos la división sin necesidad de hacer negativos el log.

ECUACIONES EXPONENCIALES

Toda ecuación que contiene a *la incógnita como exponente* se llama *ecuación exponencial.* Se resuelven *aplicando logaritmos* a los dos miembros de la ecuación y *despejando la incógnita*.

Ejemplo 1. $5^x = 625^2$

$x \log 5 = 2 \log 625$

$$x = \frac{2\log 625}{\log 5} = \frac{(2)(2.7959)}{0.6990} = \frac{505918}{0.6990} = 8$$

Algunas ecuaciones muy sencillas de este tipo se resuelven fácilmente si aplicamos el concepto siguiente: cuando las bases son iguales, los exponentes también lo son:

Ejemplo 2:

$5^{x-1} = 25$
$5^{x-1} = 5^2$
$x - 1 = 2$
$x = 2 + 1$
$x = 3$

El mismo ejemplo resuelto por *log* es:

$5^{x-1} = 25$

$x \log 5 - \log 5 = \log 25$

$x \log 5 = \log 25 + \log 5$

$$x = \frac{\log 25 + \log 5}{\log 5}$$

$$x = \frac{1.3979 + 0.6990}{0.6990} = \frac{2.0969}{0.6990}$$

Algunas ecuaciones de este tipo, un poco complicadas, son como la siguiente:

Ejemplo 3:

$4(5)^{2x+1} = (6)^{2-x}$
$\log 4 + (2x + 1) \log 5 = (2 - x) \log 6$
$\log 4 + 2x \log 5 + \log 5 = 2 \log 6 - x \log 6$
$2x \log 5 + x \log 6 = 2 \log 6 - \log 4 - \log 5$ Agrupamos
$x(2 \log 5 + \log 6) = 2 \log 6 - \log 4 - \log 5$ Factorizamos

$$x = \frac{2\log - \log 4 - \log 5}{2\log 5 + \log 6}$$ Despejamos

$$x = \frac{2(0.7782) - 0.6021 - 0.6990}{2(0.6690) + 0.7782}$$

$$x = \frac{1.5564 - 1.3011}{1.3980 + 0.7782} = \frac{0.2553}{2.1762}$$

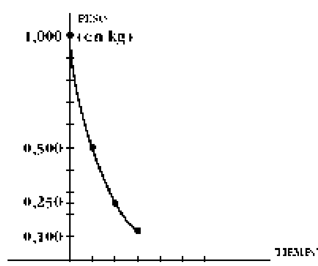
$$x = 0.1173$$

Ejemplo 4:
Las sustancias radiactivas se desintegran transformándose en otras sustancias y lo hacen con mayor o menor rapidez, según de cuál se trate. Supongamos que tenemos 1 kg de una sustancia radiactiva que se desintegra reduciéndose a la mitad cada año. El resto de la masa no desaparece, sino que se transforma en otro componente químico distinto.

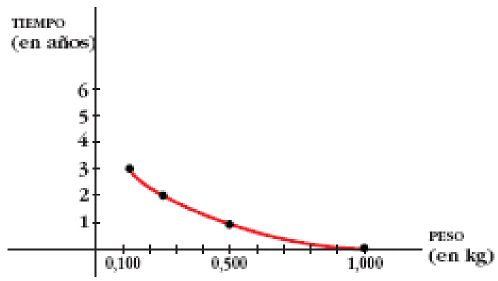
a) Completa la tabla siguiente (utiliza la calculadora para obtener los valores con tres cifras decimales):

TIEMPO (años)	0	1	2	3	4	5	6
SUST. RADIACT. (en kg)	1	0,5	0,250	0,125			

b) Representa gráficamente los datos en papel cuadriculado.



c) Cambia los ejes y representa la función cuyas variables son, ahora,
x: peso de la sustancia radiactiva (en kg)
y: tiempo transcurrido (en años)

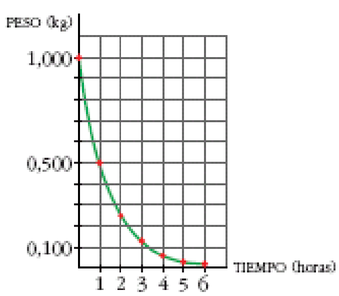


Solución:

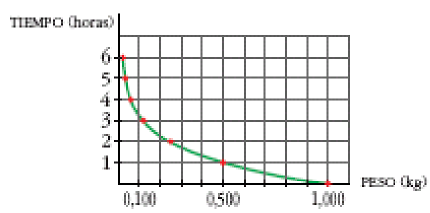
a)

TIEMPO (años)	0	1	2	3	4	5	6
SUST. RADIACT. (en kg)	1	0,5	0,250	0,125	0,063	0,031	0,016

b)



c)



Actividad Tres

En pareja, y en caso de ser necesario, pide ayuda a tu facilitador para llegar a la solución que se te muestra en la siguiente lista de ejercicios que involucran ecuaciones exponenciales.

Resuelve las ecuaciones:

1. $7^{3x-3} = 243$ *Sol.* $x = 1.941$
2. $e^{3x} = e^{15}$ *Sol.* $x = 5$
3. $4^{x+1} = 16^{x-1}$ *Sol.* $x = 3$
4. $3^{2x+3} = 3$ *Sol.* $x = -1$
5. $(0.538)^{x} = 1.43$ *Sol.* $x = 0.5769$

ECUACIONES LOGARITMICAS

Son ecuaciones logarítmicas aquellas en las que aparece la incógnita o incógnitas dentro de un logaritmo. Por ejemplo:

log(x+6) = 1 + log(x-3)

"Puede ser conveniente repasar el tema: Función logarítmica, antes de continuar""

El logaritmo que suele aparecer en las ecuaciones logarítmicas es el decimal o el neperiano y, normalmente, siempre la misma base en toda la ecuación.

La forma de resolverlas es la misma cualquiera que sea la base del logaritmo, por lo que en este tema vamos a simbolizar los logaritmos como ***log***, entendiendo que la base es *10*, mientras no digamos lo contrario

Ejercicio 1.- Resolver la ecuación **log(x+6) = log(2x-1).**

Parece lógico que para que esta ecuación sea cierta, debe ser: **x + 6 = 2x - 1** o sea **x = 7.**

Hemos resuelto la primera ecuación logarítmica. Muy sencilla en este caso, pero que nos proporciona el método para resolverlas todas. Enseguida lo veremos: El método para resolver numéricamente las ecuaciones logarítmicas se basa en el ejemplo del ejercicio 1. Se trata de conseguir por tanto una ecuación del tipo **log(...) = log(...)**. Para ello se deben tener muy claras las propiedades de los logaritmos que remarcamos a continuación:

Siempre a partir de la definición de logaritmo de un número (b) en una cierta base (a): $\mathbf{log_b(a)=n}$ de forma que $\mathbf{b^n=a}$., se deducen las propiedades de los logaritmos.

Destacamos aquí las más importantes para resolver las ecuaciones logarítmicas.

$\mathbf{\log_b AB = \log_b A + \log_b B}$ (permite agrupar en un sólo término una suma de logaritmos)

$\mathbf{\log_b \frac{A}{B} = \log_b A - \log_b B}$ (permita agrupar en un sólo término una diferencia de logarítmos)

$\log_b A^n$ = n $\log_b$ A (que se usará si es necesario antes que las dos anteriores). En este caso téngase en cuanta que si "n" es un número fraccionario, dentro del log quedará una raiz.

n = $\log 10^n$ (y en particular: "0 = log 1"; 1 = log 10)

Usando estas propiedades se suelen resolver las ecuaciones logarítmicas más frecuentes.

Ejercicio 2. Resolver la ecuación propuesta al principio: **log(x+6) = 1 + log(x-3).**

En la resolución numérica, se procede a aplicar las propiedades anteriores en el orden adecuado:

log(x+6) = 1 + log(x-3)

log(x+6) = log 10+ log(x-3)

log(x+6) = log 10(x-3).

Con lo que ya está la ecuación reducida a la forma adecuada y la solución será la misma que la de la ecuación: **x+6 = 10(x-3)** que es **x = 4**.

Ejercicio 3. Resolver la ecuación **2 *log x* = 1 + *log* (*x* – 0.9).**

solución:

$\log x^2 = \log 10 + \log (x - 0.9)$

$\log x^2 = \log [10 (x - 0.9)]$

$x^2 = 10 (x - 0.9)$

$x^2 = 10x - 9$

$x^2 - 10x + 9 = 0$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4.9}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} = \begin{matrix} \longrightarrow 9 \\ \longrightarrow 1 \end{matrix}$$

Hay dos soluciones: *x* = 9 y *x* = 1

Ejercicio 4. Resolver la ecuación: **3 Log x – log 32 = log** $\frac{x}{2}$

Solución:

$$\log x^3 - \log 32 = \log \frac{x}{2}$$

$$\log \frac{x^3}{32} = \log \frac{x}{2}$$

$$\frac{x^3}{32} = \frac{x}{2}$$

$$x^3 - 16x = 0$$

x no puede ser cero pues no existe log 0

$$x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4.$$

La solución x = -4 no es válida puesto que los números negativos no tienen logaritmo. Por lo tanto, x = 4.

Actividad Cuatro

Por parejas, resuelve y comprueba las ecuaciones siguientes.

a) $\log_3 x = 4$
b) $\log_2 x = -1$
c) $3 \log x = 3$
d) $\log x^2 = -10$
e) $\log x = 1 + \log (22 - x)$
f) $\log (2x^2 + 3) = \log (x^2 + 5x - 3)$
g) $2 \log x = \log (5x - 6)$
h) $\log (x^2 + 5) = \log (7x - 1)$
i) $4 \log x = 2 \log x + \log 4 + 2$
j) $2 \log x^3 = \log 8 + 3 \log x$

Actividad de Cierre

Las primeras aplicaciones de la ecuaciones trigonométricas se hicieron en los campos de la navegación, la geodesia y la astronomía, en las que el principal problema era determinar una distancia inaccesible; como la distancia entre la tierra y la luna, o una distancia que no podía ser medida de forma directa. Otras aplicaciones se pueden encontrar en casi todas las ramas de la ingeniería, sobre todo en el estudio de fenómenos periódicos, como el sonido, el flujo de la corriente alterna, etc**.**

Actividad Cinco

En equipo realiza la siguiente aplicación de las ecuaciones trigonometrías, exponenciales y logartmicas en tu escuela.

Se hará un recorrido por las instalaciones del Plantel donde los alumnos observaran la proyección de la sombra de los edificios con respecto al sol; cada equipo erigirá una instalación, la cual medirán con la ayuda de sus compañeros. Posteriormente en el salón de clases se harán las siguientes preguntas:

1. Qué edificio tienen mayor proyección de sombra.
2. A que se debe el tamaño de la proyección de sombra.
3. Como determinaron los ángulos.
4. Expondrán la situación planteada.
5. Si los equipos realizaron a la misma hora la actividad ¿pude generarse una ecuación trigonométrica con las proyecciones de sombra de las instalaciones?
6. Exprese dichas ecuaciones:

7. Un microorganismo se reproduce siguiendo la ley: $\boldsymbol{N} = 2000\,(5^{3t+1})$, en donde ***N*** es el número de individuos y ***t*** el tiempo en segundos. ¿Qué tiempo debe transcurrir para que en un cultivo de estos microorganismos haya una población de 9×10^6 individuos? **Solución: t = 1.42 segundos**

8.De la siguiente relación de ejercicios complementarios de ecuaciones exponenciales y logarítmicas, comprueben las soluciones que se te presentan al final.

1) $\log(2x)+\log(x-1)=-1$	**13)** $\log_3(x-1)-\log_3(3x-5)=2$
2) $\ln(x+1)=-\ln x$	**14)** $\frac{3}{e^{x^2}}=2$
3) $5.\log_5 5x+\log_5 x=3$	**15)** $2^{m+2}+2^{m-1}=\frac{1}{2}$
4) $\log(2x)+\log(x-1)=\log\left(\frac{1}{2}\right)$	**16)** $2^{x^2}=8$
5) $\frac{4^{x-1}}{2^{x+2}}=8$	**17)** $\log_3\left(\frac{15}{4}x^2+3\right)=5$
6) $2^{-1-x^2}=\frac{1}{64}$	**18)** $\frac{\log\left(x^2-\frac{1}{2}\right)}{\log\left(2x+\frac{3}{4}\right)}=1$
7) $3^{2x}=81$	**19)** $e^{x^2-2x}=1$
8) $10^{x-2}+10^{x-4}+10^{x-2}=20100$	**20)** $e^x+xe^{x-1}=0$
9) $\log_3(2x)-\log_3\left(x^2-3\right)=0$	**21)** $4^{x-2}=1$
10) $\log_5(x+2)+\log_5(x-2)=1$	**22)** $\log(x+10^2)=2+\log(x)$
11) $\log_2(x+3)=\log_4(12x)$	**23)** $\log(x^2-3x+1)=0$
12) $\log(10x-5)=-1$	**24)** $\log(x+7)=0$

Soluciones:

1) $x=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$	2) $x=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$	3) $x=5^{-\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{\frac{1}{5}}$	4) $x=\frac{1+\sqrt{2}}{2}$
5) $x=7$	6) $x=\pm\sqrt{5}$	7) $x=2$	8) $x=6$
9) $x=3$	10) $x=3$	11) $x=3$	12) $x=0{,}51$
13) $x=\frac{22}{13}$	14) $x=\pm\sqrt{-\ln\left(\frac{2}{3}\right)}\cong\pm0{,}637$	15) $m=-2.\mathrm{Log}_2 3\cong 3{,}17$	16) $x=\pm\sqrt{3}$
17) $x=\pm8$	18) $x=2.5$	19) $x=0 \quad\wedge\quad x=2$	20) $x=-e\cong-2.718$
21) $x=2$	22) $x=\frac{100}{e^2-1}\cong15.65$	23) $x=0 \quad\wedge\quad x=3$	24) $x=-6$

¡IMPORTANTE!: Los siguientes resultados NO pertenecen al Dominio de la función correspondiente:

1) $x=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$	2) $x=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$	3) $x=-5^{-\frac{1}{3}}=-\sqrt[3]{\frac{1}{5}}$	4) $x=\frac{1-\sqrt{2}}{2}$
9) $x=-1$	10) $x=-3$	18) $x=-0.5$	

Si quieres ampliar tus conocimientos sobre estos temas, para mayor información consulta en tu biblioteca libros de Trigonometría.

AUTOEVALUACIÓN

***Instrucciones*.- Los enunciados siguientes son descripciones de comportamientos que durante el trabajo en equipo pudieron manifestar tus compañeros, en 6 habilidades actitudinales. Lee cada descripción y escribe los nombres de los estudiantes de tu equipo que mejor la cumplan. Tus elecciones serán confidenciales. Considera lo siguiente:**

1. Anota el nombre completo de tus compañeros en la lista, asegúrate del número que le corresponda a cada uno de ellos.
2. De cada pregunta, pon una “X” al número que corresponda el o los compañeros que participaron contigo en las actividades en equipo de esta secuencia, que cumplan con la condición de cada pregunta. Es importante que consideres solo aquel o aquellos compañero(s) que cumplen con ese rasgo.
3. Un mismo compañero puede cumplir con más de una descripción, por lo que puedes repetir el número en todas las preguntas (rasgos) que consideres.
4. Puedes anotar cualesquier observación o aclaración que tengas en cada pregunta.

Lista de compañeros:

No.	Nombre compañero participante		
	Apellido Paterno	**Apellido Materno**	**Nombre(s)**
1			
2			
3			
4			
5			

Evaluación:

No.	Preguntas	Evaluación					
		Integrantes					Observaciones
		1	2	3	4	5	
Habilidad: ***Capacidad de aprender por cuenta propia***							
1	¿Quién busca continuamente el conocimiento por sus propios medios en diversas fuentes de información?						
2	¿Quién tiene hábitos de estudio que implican disciplina, concentración, responsabilidad, búsqueda de información y verdadero deseo de aprender?						
3	¿Quién reconoce que la responsabilidad de aprender es algo personal y no responsabiliza a nadie de no haber aprendido algo?						
Habilidad: ***Capacidad de análisis, síntesis y evaluación***							
1	¿Quién continuamente estructura la información importante de un problema, de tal forma que facilite la comprensión de la situación problemática?						
2	¿Quién frecuentemente detecta las ideas básicas de una situación problemática, genera soluciones correctas y elige las más convenientes?						

3	¿Quién frecuentemente formula juicios críticos sobre las soluciones que se proponen para determinado problema?						
Habilidad: *Pensamiento crítico*							
1	¿Quién analiza con frecuencia la información desde diversos puntos de vista?						
2	¿Quién identifica continuamente las ventajas y las desventajas de una decisión?						
3	¿Quién detecta con frecuencia las áreas de mejora en un determinado procedimiento?						
Habilidad: *Creatividad*							
1	¿Quién continuamente genera ideas originales o soluciones nuevas?						
2	¿Quién es original e imaginativo?						
3	¿Quién con frecuencia promueve un ambiente de innovación?						
4	¿Quién respeta las ideas creativas de otras personas?						
Habilidad: *Trabajo en equipo*							
1	¿Quién repetidamente muestra buenas habilidades de comunicación que le permitan saber hacer peticiones, ofrecimientos y reclamos, así como escuchar, negociar y responsabilizarse de sus promesas?						
2	¿Quién respeta las aportaciones de los demás miembros de su grupo, aun cuando vayan en contra de las aportaciones propias?						
3	¿Quién antepone los objetivos del grupo a los objetivos personales?						
4	¿Quién con frecuencia reconoce las diferentes habilidades de cada uno de los miembros del grupo y las aprovecha para lograr el mejor resultado?						
5	¿Quién es responsable del producto final del trabajo del grupo?						
Habilidad: *Valores*							
1	¿Quién acepta cuando se equivoca, reconoce y afronta sus errores, y se responsabiliza de las consecuencias?						
2	¿Quién reconoce los logros de sus compañeros?						
3	¿Quién es puntual en la entrega de las actividades?						
4	¿Quién cumple con las fechas límite para terminar las tareas que se comprometió a llevar a cabo?						

BIBLIOGRAFÍA:

- Geometría y Trigonometría, Pub. Cult.Abelardo Guzmán Herrera.
- Geometría y Trigonometría, Púb. Culturales, A.Baldor.
- Geometría y Trigonometría DGETI, Benjamín Garza Olvera.
- Geometría y Trigonometría, Púb. Culturales. Ortiz Campos.
- Geometría y Trigonometría, serie shawn, Mc Graw Hill.

e @ demás puedes visitar los siguientes sitios *web*:

- http://usuarios.lycos.es/mislogaritmos/
- http://w3.cnice.mec.es/Descartes/Bach_CNST_1/Ecuaciones_exponenciales_logaritmicas/Ecu_Exp-Log.htm
- http://bc.inter.edu/facultad/NTORO/logaw.htm
- http://www.monografias.com/trabajos7/mafu/mafu.shtml