Álgebra Intermedia

Séptima edición

INCLUYE CD-ROM

PEARSON
Prentice Hall

Allen R. Angel

Herramientas para su éxito!

MyMathLab

MyMathLab es una serie de cursos de textos específicos, muy fácil de personalizar, para libros de texto de Pearson Educación en matemáticas y estadística. Potenciado por *CourseCompass*™ (un entorno de enseñanza-aprendizaje en línea de Pearson Educación) y por MathXL® (nuestro sistema de tareas, tutorial y evaluación), *MyMathLab* le proporciona las herramientas que necesita para liberar todo o parte de su curso en línea, si sus estudiantes están en un laboratorio o trabajando desde su casa. *MyMathLab* proporciona un conjunto rico y flexible de materiales para el curso, ejercicios de respuesta abierta, generados de forma algorítmicamente para una práctica y dominio ilimitados. Los estudiantes también pueden utilizar herramientas en línea, tales como video clases, animaciones y un libro de texto en multimedia, para mejorar de manera independiente su comprensión y desempeño. Los profesores pueden utilizar las tareas de *MyMathLab* y los coordinadores de exámenes para seleccionar y asignar ejercicios en línea que estén correlacionados directamente con el libro de texto, y también pueden crear y asignar sus propios ejercicios en línea e importar exámenes de *TestGen* para hacerlos más flexibles. El registro de calificaciones en línea de *MyMathLab*, —diseñado específicamente para matemáticas y estadística— hace un seguimiento automático de las tareas y resultados de los exámenes de los estudiantes, incluso le da al instructor un control sobre cómo calcular las calificaciones finales. Los profesores también pueden agregar calificaciones de forma manual al registro de calificaciones. *MyMathLab* está disponible para quienes adopten el libro. Para más información, visite nuestro sitio web www.mymathlab.com o contacte a su representante de Pearson Educación. (*MyMathLab* debe ser configurado y asignado por su profesor).

MathXL®

MathXL® es un poderoso sistema de tareas, tutorial y evaluación que forma parte de los libros de texto de Prentice Hall en matemáticas y estadística. Con *MathXL*®, los profesores pueden crear, editar y asignar tareas y exámenes en línea, utilizando ejercicios generados de forma algorítmica en el nivel del objetivo para el libro de texto. También pueden crear y asignar sus propios ejercicios en línea e importar exámenes de *TestGen* para darles flexibilidad. Todos los trabajos y tareas del estudiante tienen un seguimiento en el registro de calificaciones en línea de *MathXL*®. Los estudiantes pueden resolver los exámenes de capítulo en *MathXL*® y recibir planes de estudio personalizados con base en los resultados. El plan de estudio diagnostica debilidades y enlaza a los alumnos directo con los ejercicios tutoriales para los objetivos que necesitan estudiar y resolver nuevamente. Los estudiantes también pueden tener acceso a animaciones y videoclips directamente de ejercicios seleccionados. *MathXL*® está disponible para quienes adopten la obra como libro de texto. Para más información, visite nuestro sitio Web en www.mathxl.com, o contacte a su representante de Pearson Educación. (*MathXL*® debe ser configurado y asignado por su profesor).

ÁLGEBRA INTERMEDIA

ÁLGEBRA INTERMEDIA

Séptima edición

Allen R. Angel
Monroe Community College

Con la asistencia de
Donna R. Petrie
Monroe Community College

TRADUCCIÓN
Víctor Hugo Ibarra Mercado
Escuela de Actuaría
Universidad Anáhuac, México

REVISIÓN TÉCNICA
Juan de Santiago Castillo
Director del Departamento de Ciencias y Matemáticas
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey
Campus San Luis Potosí

William Ricardo Chávez G.
Licenciado en Matemáticas e Ingeniero en Sistemas
Coordinador de Matemáticas
Clermont School
Bogotá, Colombia

PEARSON
Educación ®

México • Argentina • Brasil • Colombia • Costa Rica • Chile • Ecuador
España • Guatemala • Panamá • Perú • Puerto Rico • Uruguay • Venezuela

Datos de catalogación bibliográfica

ANGEL, ALLEN R.

Álgebra intermedia.
Séptima edición

PEARSON EDUCACIÓN, México, 2008

ISBN: 978-970-26-1223-0

Formato: 21 × 27 cm　　Páginas: 816

Authorized translation from the English language edition, entitled *Intermediate Algebra for College Students*, 7th edition, by *Allen R. Angel*, published by Pearson Education, Inc., publishing as Prentice Hall, Copyright © 2008. All rights reserved.

ISBN 9780132383578

Traducción autorizada de la edición en idioma inglés titulada *Intermediate Algebra for College Students*, 7a edición, por *Allen R. Angel*, publicada por Pearson Education, Inc., publicada como Prentice Hall, Copyright © 2008. Todos los derechos reservados.

Esta edición en español es la única autorizada.

Edición en español

Editor:	Enrique Quintanar Duarte e-mail: enrique.quintanar@pearsoned.com
Editor de desarrollo:	Bernardino Gutiérrez Hernández
Supervisor de producción:	Gustavo Rivas Romero

Edición en inglés
Executive Editor: *Paul Murphy*
Project Manager: *Dawn Nuttall*
Editor in Chief: *Christine Hoag*
Production Editor: *Lynn Savino Wendel*
Executive Managing Editor: *Kathleen Schiaparelli*
Senior Managing Editor: *Linda Mihatov Behrens*
Media Project Manager, Developmental Math: *Audra J. Walsh*
Media Production Editor: *Jessica Barna*
Assistant Managing Editor, Science and Math Supplements: *Karen Bosch*
Manufacturing Buyer: *Maura Zaldivar*
Manufacturing Manager: *Alexis Heydt-Long*
Director of Marketing: *Patrice Jones*
Senior Marketing Manager: *Kate Valentine*
Marketing Assistant: *Jennifer de Leeuwerk*
Editorial Assistant/Print Supplements Editor: *Abigail Rethore*
Editor in Chief, Development: *Carol Trueheart*
Art Director: *John Christiana*
Interior Designer: *Studio Indigo*
Cover Designer: *Michael J. Fruhbeis*
Art Editor: *Thomas Benfatti*
Creative Director: *Juan R. López*
Director of Creative Services: *Paul Belfanti*
Director, Image Resource Center: *Melinda Patelli*
Manager, Rights and Permissions: *Zina Arabia*
Manager, Visual Research: *Beth Brenzel*
Image Permission Coordinator: *Craig A. Jones*
Photo Researcher: *Teri Stratford*
Compositor: *Prepare, Inc.*
Art Studios: *Precision Graphics and Laserwords*

SÉPTIMA EDICIÓN, 2008

D.R. © 2008 por Pearson Educación de México, S.A. de C.V.
Atlacomulco 500-5° piso
Col. Industrial Atoto
53519, Naucalpan de Juárez, Estado de México

Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana. Reg. Núm. 1031.

Prentice Hall es una marca registrada de Pearson Educación de México, S.A. de C.V.

Reservados todos los derechos. Ni la totalidad ni parte de esta publicación pueden reproducirse, registrarse o transmitirse, por un sistema de recuperación de información, en ninguna forma ni por ningún medio, sea electrónico, mecánico, fotoquímico, magnético o electroóptico, por fotocopia, grabación o cualquier otro, sin permiso previo por escrito del editor.

El préstamo, alquiler o cualquier otra forma de cesión de uso de este ejemplar requerirá también la autorización del editor o de sus representantes.

PEARSON Educación ®

ISBN: 978-970-26-1223-0

Impreso en México. *Printed in Mexico.*

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 - 11 10 09 08

Para mi madre,
Sylvia Angel-Baumgarten

y a la memoria de mi padre,
Isaac Angel

Contenido

7 Raíces, radicales y números complejos 448

8 Funciones cuadráticas 517

9 Funciones exponenciales y logarítmicas 591

Prefacio

Este libro lo escribí pensando en estudiantes de bachillerato con conocimientos de un primer curso de álgebra elemental. Mi meta principal fue que se pudiera leer, entender y disfrutar; para ello utilicé oraciones cortas, explicaciones claras y muchos ejemplos resueltos a detalle. Traté de hacer que el libro fuera relevante para quienes cursan bachillerato, utilizando las aplicaciones prácticas del álgebra a lo largo de todo el libro.

Características del texto

Formato a dos colores Los colores se utilizan en forma pedagógica de la manera siguiente:

- Las definiciones y procedimientos más importantes se resaltan en recuadros de color.
- Con el color adicional se hace que otros conceptos importantes, además de las definiciones y procedimientos, destaquen de manera visual.
- El formato a dos colores que se ha utilizado permite que el alumno identifique con facilidad determinadas características.
- Con este formato, el texto se hace más atractivo y menos tedioso.

Legibilidad Una de las características más importantes del texto es su legibilidad. El libro es muy fácil de leer, incluso para personas que no son muy hábiles en la lectura, pues se utilizan oraciones breves y claras, así como un lenguaje fácil de entender.

Precisión La precisión en un texto de matemáticas es esencial; para garantizarla, matemáticos de todo el país (EUA) leyeron las páginas con sumo cuidado para detectar errores tipográficos y comprobaron todas las respuestas.

Conexiones Muchos de nuestros alumnos no dominan del todo los nuevos conceptos la primera vez que se les presentan. En este texto le pedimos que establezcan relaciones; esto es, presentamos un concepto, luego lo volvemos a presentar brevemente y trabajamos ejemplos a partir de dicho concepto. Los conceptos importantes suelen utilizarse en muchas secciones, de modo que se hace un recordatorio de dónde se usó, o bien indicamos en dónde se utilizará de nuevo. Esto también ayuda a destacar su importancia. Además, esos conceptos se refuerzan a lo largo del libro en los Ejercicios de repaso acumulativo y en los Exámenes de repaso acumulativo.

Aplicaciones de inicio de capítulo Cada capítulo inicia con una aplicación de la vida real relacionada con el material que se abordará en él. Para cuando los alumnos terminen el texto del capítulo, deben tener los elementos para resolver el problema.

Objetivos de este capítulo Esta característica proporciona a los alumnos un adelanto de lo que tratará el capítulo y también indica en qué otros capítulos se utilizará el material. Este material ayuda a ver las relaciones entre los diversos temas del libro y su conexión con situaciones de la vida real.

Uso de iconos Al inicio de cada conjunto de ejercicios se ilustran los iconos MathXL®, MathXL y de MyMathLab, MyMathLab. En breve se explicará a qué se refieren estos iconos.

Objetivos numerados de la sección Cada sección inicia con una lista de habilidades que el estudiante debe aprender en esa sección. Los objetivos están numerados y se repiten en la parte correspondiente de la sección con un número como éste 1.

Resolución de problemas En la sección 2.2 se analiza el procedimiento de George Polya de cinco pasos para la resolución de problemas. A lo largo del libro se hace énfasis en la resolución de problemas y en el procedimiento de Polya.

Aplicaciones prácticas En todo el texto se pone especial atención en las aplicaciones prácticas del álgebra. Los estudiantes necesitan aprender a traducir problemas de aplicación a símbolos algebraicos. El método de resolución de problemas utilizado en este libro les da una gran práctica para plantear y resolver problemas de aplicación. Incluso, el uso de aplicaciones prácticas los motiva.

Ejemplos resueltos de manera detallada Se han resuelto muchos ejemplos paso a paso, en forma detallada. Los pasos importantes se resaltan en color y no se omite ninguno hasta que el alumno ha visto suficientes ejemplos similares.

Ahora resuelva el ejercicio En cada sección se pide a los alumnos que resuelvan un ejercicio y al mismo tiempo se les dan los ejemplos en el texto. Estas secciones de Ahora resuelva el ejercicio hacen que los alumnos sean sujetos *activos*, no pasivos, de modo que refuercen los conceptos. En estos ejercicios tienen la oportunidad de aplicar de forma inmediata lo que han aprendido. Después de cada ejemplo se da la indicación ▸ Ahora resuelva el ejercicio 27, y en los conjuntos de ejercicios se resaltan en rojo, como 27.

Práctica de habilidades Muchas personas que toman este curso tienen malos hábitos de estudio en matemáticas. La sección 1.1, la primera del texto, analiza los hábitos de estudio necesarios para tener un máximo aprovechamiento en matemáticas. Esta sección será de gran utilidad para sus alumnos, y podrá ayudarlos a lograr el éxito buscado.

Sugerencias útiles Los recuadros de Sugerencia útil ofrecen consejos para la resolución de problemas y otros temas diversos. Se colocan de una manera especial para asegurar que los estudiantes los lean.

Sugerencia útil-Consejo de estudio Los recuadros Sugerencia útil-Consejo de estudio ofrecen información valiosa sobre asuntos relacionados con el estudio y aprendizaje del material que se presenta.

Cómo evitar errores comunes Se ilustran los errores que suelen cometer los estudiantes. Se explican las razones por las cuales ciertos procedimientos son incorrectos y se ilustra la forma correcta de resolver el problema. Estos recuadros evitan que sus alumnos cometan aquellos errores que vemos con mucha frecuencia.

Cómo usar su calculadora Estos recuadros se encuentran en lugares estratégicos del texto, refuerzan los temas algebraicos que se presentan en la sección y proporcionan información pertinente sobre el uso de una calculadora científica para resolver problemas algebraicos.

Cómo usar su calculadora graficadora Estos recuadros se ubican en puntos específicos del texto para reforzar los temas algebraicos vistos y en ocasiones ofrecen métodos alternativos para resolver problemas. Este libro está diseñado para dar al profesor la opción de utilizar en sus cursos una calculadora graficadora. Algunos de estos recuadros contienen ejercicios para calculadoras graficadoras cuyas soluciones aparecen en la sección de respuestas del libro. Las ilustraciones que se muestran son de la calculadora Texas Instruments 84 Plus. Estos recuadros se escribieron suponiendo que el alumno no tiene experiencia en el uso de calculadoras graficadoras.

Conjuntos de ejercicios

Los conjuntos de ejercicios se dividen en tres categorías principales: Ejercicios de concepto/redacción, Práctica de habilidades y Resolución de problemas. Muchos conjuntos de ejercicios también presentan Retos y/o Actividades en grupo. La dificultad de cada conjunto de ejercicios está graduada: los primeros ayudan a desarrollar la confianza del estudiante para llevarlo poco a poco a problemas más difíciles. En cada sección aparece una cantidad suficiente y variada de ejemplos para que el alumno resuelva con éxito los más difíciles. El número de ejercicios de cada sección es más que amplio para las tareas y todavía quedan para la práctica.

Ejercicios de concepto/redacción La mayoría de los conjuntos de ejercicios incluyen un grupo para que el alumno escriba respuestas empleando palabras. Este tipo de ejercicios mejora la comprensión y entendimiento del material. Muchos de ellos implican la resolución de problemas y ayudan a desarrollar mejores habilidades de razonamiento y de pensamiento crítico. Los problemas en que se pide redactar una respuesta se indican mediante el símbolo.

Ejercicios de resolución de problemas Estos ejercicios ayudan al estudiante a capacitarse en la resolución y análisis de problemas. Gran parte de ellos implica aplicaciones del álgebra en la vida real. Es muy importante que los alumnos sean capaces de aplicar a situaciones de la vida real lo que aprendieron. Muchos de los problemas de estas secciones les ayudarán a lograr este objetivo.

Problemas de reto Esta sección, que forma parte de muchos conjuntos de ejercicios, proporciona una amplia variedad de problemas. Muchos de ellos se escribieron para estimular la reflexión de los alumnos. Otros más proporcionan aplicaciones adicionales de álgebra o presentan material de secciones que aún no se abordan, de modo que los estudiantes puedan investigar y aprender por su cuenta el material antes de abordarlo en clase. Otros representan un reto mayor que los del conjunto de ejercicios normales.

Ejercicios en CD Estos ejercicios, marcados con el icono de un CD, , están resueltos de forma detallada (en inglés) en el CD que acompaña al libro.

Ejercicios de repaso acumulativo Todos los conjuntos de ejercicios (excepto los dos primeros) contienen preguntas de secciones y capítulos anteriores. Estos ejercicios de repaso acumulativo refuerzan los temas estudiados y ayudan a retener el material visto mientras aprenden el nuevo. Un punto a destacar es que los ejercicios de repaso acumulativo indican, por medio de corchetes, como [3.4], la sección donde se cubrió el material.

Actividades en grupo Varios conjuntos de ejercicios tienen actividades en equipo que conducen a interesantes discusiones. Muchos estudiantes aprenden mejor en un ambiente cooperativo, y estos ejercicios los harán hablar de matemáticas con otros compañeros.

Examen de mitad de capítulo Hacia la mitad de cada capítulo se encuentra una nueva sección, titulada Examen de mitad de capítulo. Los alumnos deben resolver este examen para asegurarse que han entendido el material que se ha presentado hasta ese momento. En las respuestas para el estudiante se utilizan corchetes como éste [2.3], para indicar la sección en donde se presentó el material por primera vez.

Resumen del capítulo Al final de cada capítulo se muestra un resumen, en un nuevo y amplio formato, el cual incluye datos importantes y ejemplos que los ilustran.

Ejercicios de repaso del capítulo Para finalizar, hay ejercicios de repaso que incluyen todos los tipos de ejercicios que se presentaron en el capítulo. Dichos ejercicios están codificados mediante el uso de colores y corchetes, como [1.5], que remiten a las secciones en las cuales se hizo la primera presentación del material.

Examen de práctica del capítulo El examen final del capítulo permite a los alumnos ver qué tan bien están preparados para el examen real en clase. La sección en donde se aborda por primera vez el material se indica en corchetes en las respuestas para el estudiante.

Exámenes de repaso acumulativo Estos exámenes, que aparecen al final de cada capítulo, excepto del primero, prueban los conocimientos, desde el inicio del libro hasta ese punto. Pueden utilizar estos exámenes tanto para repasar como para preparar el examen final. Al igual que los Ejercicios de repaso acumulativo, sirven para reforzar los temas que ya se abordaron. La sección de respuestas muestra, entre corchetes, la sección en la que se estudió el material.

Respuestas Para los conjuntos de ejercicios se proporcionan *respuestas a problemas con número impar.* Para los ejercicios de las secciones Cómo utilizar su calculadora graficadora, Ejercicios de repaso acumulativo, Exámenes de mitad del capítulo, Ejercicios de repaso del capítulo, Exámenes de práctica del capítulo y Exámenes de repaso acumulativo, se proporcionan *todas las respuestas*. Para los ejercicios de Actividades en grupo no se dan respuestas, pues queremos que los estudiantes lleguen a un acuerdo entre sí respecto de las soluciones.

Estándares nacionales (de Estados Unidos)

En esta edición se incorporaron las recomendaciones del *Currículo y evaluaciones estándar para escuelas de matemáticas*, preparadas por la NCTM (Consejo nacional de maestros de matemáticas) y *Beyond Crossroads: Implementing Mathematicas Standards in the First Two Years of College*, hecho por la AMATYC (American Mathematical Association of Two Year Colleges).

Requisitos

El requisito para este curso es un conocimiento de álgebra elemental. Aunque algunos temas de álgebra elemental se revisan brevemente en el texto, los alumnos deben tener ya una comprensión de álgebra elemental antes de abordar este curso.

Modos de enseñanza

El formato y legibilidad de este libro se presta para muchos modos de enseñanza. El constante refuerzo de los conceptos tendrá como resultado una mayor comprensión y retención del material por parte de sus alumnos.

Las características del texto y la gran variedad de complementos disponibles hacen que este texto sea adecuado para varios tipos de enseñanza, entre ellos:

- clase
- aprendizaje a distancia
- autoaprendizaje
- clases especiales
- estudio cooperativo o en grupo
- laboratorio de aprendizaje

Cambios en la séptima edición

Cuando escribí la séptima edición, tomé en cuenta muchas cartas y revisiones que tuve de alumnos y maestros. Quiero agradecer a todas las personas que me hicieron sugerencias para mejorar esta edición. También agradezco a muchos profesores y estudiantes que escribieron para informarme de cómo disfrutaron, apreciaron y aprendieron del texto. Algunos de los cambios realizados en la séptima edición del libro incluyen:

- Un CD de videos con *Exámenes de preparación para cada capítulo*, que se incluye con el libro. Este CD (en inglés) muestra la solución completa para cada ejercicio en el Examen de práctica del capítulo para cada uno de los capítulos. Es un auxiliar más para mejorar el aprendizaje y comprensión de los estudiantes.
- *Una gran cantidad* de ejemplos en el libro, tienen ahora la indicación **Ahora resuelva el ejercicio...**. Se anima a los alumnos a resolver los ejercicios inmediatamente después de terminado de estudiar el ejemplo respectivo. Esto les da una oportunidad de reforzar los conceptos o temas que se cubren en el ejemplo.
- Se ha agregado una nueva sección denominada *Examen de mitad del capítulo* hacia la mitad de cada uno de ellos. Estos exámenes están diseñados para ver qué tan bien han cubierto los temas en la primera parte del texto. Si se equivoca al contestar una pregunta, debe revisar el material correspondiente. La sección en donde se presentó el material se indica entre corchetes después de la respuesta al final del libro.
- Se han agregado más recuadros *Sugerencias útiles* y *Cómo evitar errores comunes* en donde se consideró adecuado.
- Se rescribió cada *Resumen* de capítulo para incluir ejemplos de hechos concretos importantes estudiados en él. La columna de la izquierda muestra los hechos o conceptos y la columna a la derecha ofrece un ejemplo de ellos. Este nuevo resumen debe ser un auxiliar para los estudiantes al momento de revisar el capítulo y preparar un examen.

- A lo largo del libro se han agregado nuevos ejemplos y ejercicios.
  - Muchos conjuntos de ejercicios se fortalecieron para asegurar que todo ejemplo del libro tenga ahora ejercicios que correspondan a ese ejemplo dado.
  - En algunas secciones se agregaron problemas más difíciles (al final), o más sencillos (al inicio) del conjunto de ejercicios, de modo que haya un aumento continuo en el nivel de dificultad de éstos.
  - Se hizo el máximo esfuerzo para incluir aplicaciones que sean de interés para los estudiantes.
  - En los ejemplos y ejercicios se utilizaron con más frecuencia variables distintas de x y y.
- *Objetivos de este capítulo* reemplazó a la sección *Avance de la lección*. La información proporciona a los alumnos un panorama de lo que verán y lo que se espera aprendan.
- Los recuadros *Cómo utilizar su calculadora graficadora* muestran ahora la secuencia de teclas para la calculadora TI-84 Plus. Observe que esa secuencia de teclas aplica también para la calculadora TI-83 Plus.
- Para ahorrar espacio, se eliminó la sección *Matemáticas en acción*.
- Se agregaron más fotografías y dibujos para hacer más comprensible e interesante el material.
- Se utilizó un segundo color para hacer el texto más atractivo y fácil de leer.

Complementos de la séptima edición

PARA LOS PROFESORES

Complementos en línea

MyMathLab ¡NUEVO! Versión de MyMathLab para el profesor

MyMathLab es una serie de cursos de textos específicos, muy fácil de personalizar para libros de texto de matemáticas y estadística editados por Pearson Educación. Potenciado por CourseCompass™ (un ambiente de enseñanza-aprendizaje en línea de Pearson Educación) y por MathXL® (nuestro sistema de tareas, tutorial y de evaluación), MyMathLab le proporciona las herramientas necesarias para liberar todo o parte de su curso, en línea, si sus alumnos están en un laboratorio o trabajando desde su casa.

MathXL ¡NUEVO! Versión de MathXL, para el profesor

MathXL® es un poderoso sistema en línea de tareas, tutoriales y evaluación que acompaña a los libros de texto de matemáticas y estadística de Pearson Educación. Con MathXL, los profesores pueden crear, editar y asignar tareas en línea, al igual que exámenes, mediante ejercicios generados de manera algorítmica, correlacionados con el nivel del objetivo para el libro de texto.

PARA LOS ESTUDIANTES

Complementos en línea

¡NUEVO! Chapter Test Prep Video CD

Proporciona soluciones paso a paso para cada problema en cada uno de los *Exámenes de práctica del capítulo* del libro de texto. Se incluye con cada ejemplar nuevo del libro, búsquelo en las páginas finales del libro. Cabe señalar que todo el material se encuentra en idioma inglés.

Sitio web InterAct Math Tutorial: *www.interactmath.com*

¡Obtenga práctica y ayuda en línea! Este sitio Web tutorial interactivo proporciona ejercicios de práctica generados de forma algorítmica, los cuales están en relación directa con los ejercicios del libro de texto. Los estudiantes pueden reintentar un ejercicio tantas veces como lo deseen, con nuevos valores en cada ocasión, para que adquieran una práctica ilimitada y un gran dominio. Cada ejercicio viene con una guía interactiva que proporciona retroalimentación para respuestas incorrectas, e incluso pueden ver un problema de muestra totalmente resuelto que los lleva paso a paso por un ejercicio semejante al que están resolviendo.

Agradecimientos

Escribir un libro de texto es un proyecto grande que lleva tiempo. Muchas personas merecen que les dé las gracias por el aliento y ayuda que me proporcionaron para la realización de este proyecto. De manera muy importante, mi agradecimiento especial va dirigido a mi esposa Kathy y mis hijos, Robert y Steven. Sin su constante aliento y comprensión, este proyecto no hubiese podido ser una realidad. También quiero agradecer su apoyo a mi nuera, Kathy.

Agradezco a Donna Petrie del Monroe Community Collage por sus aportaciones y escrupulosa verificación del manuscrito.

Quiero dar las gracias a Rafiq Ladhani y a su equipo editorial por la precisión en la revisión de las páginas y la comprobación de todas las respuestas.

También agradezco al personal de Prentice Hall, incluyendo a Paul Murphy, Editor ejecutivo; Dawn Nuttall, Gerente de proyecto; Thomas Benfatti, Editor de arte; John Christiana, Director de arte, y a Lynn Savino Wendel, Editora de producción, por sus valiosas sugerencias y esmero en este proyecto.

Agradezco a todas las personas que trabajaron conmigo en la impresión de los complementos de este libro.

- Manuales de soluciones para el estudiante y para el profesor:
  Randy Gallather y Kevin Bodden, Lewis and Clark Community College, IL.
- Manual de recursos para el profesor:
  Randy Gallaher y Kevin Bodden, Lewis and Clark Community College, IL.

Me gustaría agradecer a los revisores siguientes de las dos ediciones anteriores por sus valiosos comentarios y sugerencias:

Laura Adkins, *Missouri Southern State College, MO*
Arthur Altshiller, *Los Angeles Valley College, CA*
Jacob Amidon, *Cayuga Community College, NY*
Sheila Anderson, *Housatonic Community College, CT*
Peter Arvanites, *State University of New York–Rockland Community College, NY*
Jannette Avery, *Monroe Community College, NY*
Mary Lou Baker, *Columbia State Community College, TN*
Jon Becker, *Indiana University, IN*
Paul Boisvert, *Oakton Community College, IL*
Beverly Broomell, *Suffolk County Community College, NY*
Lavon Burton, *Abilene Christian University, TX*
Marc Campbell, *Daytona Beach Community College, FL*
Mitzi Chaffer, *Central Michigan University, MI*
Terry Cheng, *Irvine Valley College, CA*
Ted Corley, *Arizona State University and Glendale Community College, AZ*
Charles Curtis, *Missouri Southern State College, MO*
Joseph de Guzman, *Riverside City College (Norco), CA*
Marla Dresch Butler, *Gavilan Community College, CA*
Gary Egan, *Monroe Community College, NY*
Mark W. Ernsthausen, *Monroe Community College, NY*
Elizabeth Farber, *Bucks County Community College, PA*
Warrene Ferry, *Jones County Junior College, MS*
Christine Fogal, *Monroe Community College, NY*
Gary Glaze, *Spokane Falls Community College, WA*
James Griffiths, *San Jacinto College, TX*
Kathy Gross, *Cayuga Community College, NY*
Abdollah Hajikandi, *State University of New York–Buffalo, NY*
Cynthia Harrison, *Baton Rouge Community College, LA*
Mary Beth Headlee, *Manatee Community College, FL*
Kelly Jahns, *Spokane Community College, WA*
Judy Kasabian, *El Camino College, CA*
Maryanne Kirkpatrick, *Laramie County Community College, WY*
Marcia Kleinz, *Atlantic Cape Community College, NJ*
Shannon Lavey, *Cayuga Community College, NY*
Kimberley A. Martello, *Monroe Community College, NY*
Shywanda Moore, *Meridian Community College, MS*
Catherine Moushon, *Elgin Community College, IL*
Kathy Nickell, *College of DuPage, IL*
Shelle Patterson, *Moberly Area Community College, MO*
Patricia Pifko, *Housatonic Community College, CT*
Dennis Reissig, *Suffolk County Community College, NY*
Linda Retterath, *Mission College, CA*
Dale Rohm, *University of Wisconsin–Stevens Point, WI*
Troy Rux, *Spokane Falls Community College, WA*
Hassan Saffari, *Prestonburg Community College, KY*
Rick Silvey, *St. Mary College, KS*
Julia Simms, *Southern Illinois University–Edwardsville, IL*
Linda Smoke, *Central Michigan University, MI*
Jed Soifer, *Atlantic Cape Community College, NJ*
Richard C. Stewart, *Monroe Community College, NY*
Elizabeth Suco, *Miami–Dade Community College, FL*
Harold Tanner, *Orangeburg–Calhoun Technological College, SC*
Dale Thielker, *Ranken Technological College, MO*
Ken Wagman, *Gavilan Community College, CA*
Patrick Ward, *Illinois Central College, IL*
Robert E. White, *Allan Hancock College, CA*
Cindy Wilson, *Henderson State University, AZ*

Al estudiante

Álgebra es un curso que no puede aprenderse por observación: debe ser un participante activo. Debe leer el texto, poner atención en clase y, de manera muy importante, trabajar con los ejercicios. Cuantos más ejercicios resuelva, mejor.

El libro se escribió teniéndole a usted en mente. Se usaron oraciones breves y claras, y se dan muchos ejemplos para ilustrar puntos específicos. El texto destaca aplicaciones útiles del álgebra. Esperamos que conforme avance en el curso, se dé cuenta que el álgebra no es sólo otro curso de matemáticas que requiere tomar, sino un curso que le ofrece una riqueza de información y aplicaciones muy útiles.

Este libro utiliza un segundo color para resaltar información, procedimientos, definiciones y fórmulas, relevantes.

Los recuadros titulados **Sugerencia útil** deben estudiarse con mucho cuidado pues dan énfasis a la información importante. Los recuadros **Cómo evitar errores comunes** también deben estudiarse con mucha atención. En ellos se señalan errores que los alumnos suelen cometer, y proporcionan los procedimientos correctos para resolver estos problemas.

Después de cada ejemplo verá una referencia como ésta ▸ **Ahora resuelva el ejercicio 27**. El ejercicio que se indica es muy similar al ejemplo dado en el libro. Es conveniente que trate de resolverlo después que haya leído el ejemplo para asegurarse que en realidad lo entendió. En el conjunto de ejercicios, éstos aparecen referenciados en color rojo, como éste: 27.

En los conjuntos de ejercicios, los marcados con un icono de lápiz, indican ejercicios de redacción; —es decir, requieren una respuesta escrita. Los marcados con un CD, , están resueltos en el CD que acompaña al libro (recuerde que el material del CD se encuentra en inglés).

Pida a su profesor al inicio del curso que le explique los lineamientos sobre cuándo utilizar la calculadora. Ponga atención particular a los recuadros **Cómo utilizar su calculadora**. También debe leer los recuadros **Cómo utilizar su calculadora graficadora** incluso si no la utiliza en clase. Quizá descubra que la información presentada le ayuda a tener una mejor comprensión de los conceptos algebraicos.

Otras preguntas que debe hacer a su profesor al inicio del curso son: ¿Cuáles son los complementos disponibles? ¿Dónde puede obtener asesoría cuando el profesor no esté disponible? Los complementos que pueden estar disponibles incluyen: el Chapter Test Prep Video CD (incluido con el libro), MathXL® MathXL; MyMathLab MyMathLab; y el sitio Web InterAct Math Tutorial.

Quizá desee formar un grupo de estudio con otros alumnos de su clase. Muchos estudiantes descubren que el trabajo en equipo les proporciona una excelente forma de aprender. Al analizar y explicar los conceptos y ejercicios a otros, usted refuerza su comprensión. Una vez que en su grupo se determinen las pautas y procedimientos, asegúrese de cumplirlos.

Una de las primeras cosas que debe hacer es leer la sección 1.1, Habilidades de estudio para tener éxito en matemáticas. Lea esta sección pausada y cuidadosamente y ponga especial atención a los consejos e información que se da. De vez en cuando regrese a esta sección, que podría ser la más importante del libro. Lea con cuidado el material cuando haga su tarea y asista a clase.

Al final de todos los Conjuntos de ejercicios (excepto los dos primeros) aparece la sección **Ejercicios de repaso acumulativo**. Debe resolver estos problemas de forma regular, incluso si no se le asignan. Estos problemas son de secciones y capítulos previos del texto; le refrescarán la memoria y al mismo tiempo reforzarán esos temas. Si enfrenta algún problema al estar resolviéndolos, lea la sección correspondiente del texto o estudie sus notas referentes a esa materia. La sección del texto donde se presenta el ejercicio de repaso acumulativo se indica entre corchetes [ ], a la izquierda del ejercicio. Después de revisar el material, si aún tiene problemas, haga una cita con su profesor. Resolver los Ejercicios de repaso acumulativo a lo largo del semestre también le ayudará a prepararse para presentar su examen final.

Casi a medio capítulo se presenta un **Examen de mitad del capítulo**. Debe resolver cada uno de ellos para asegurarse que ha entendido el material hasta ese punto. La sección en donde se analizó por primera vez el material, aparece entre corchetes después de la respuesta, en la sección de respuestas del libro.

Al final de cada capítulo encontrará lo siguiente: un **Resumen del capítulo**, **Ejercicios de repaso del capítulo**, un **Examen de práctica del capítulo** y un **Examen de repaso acumulativo.** Antes de cada examen debe repasar con gran cuidado el material y resolver el Examen de práctica del capítulo (quizá quiera revisar el *Chapter Test Prep Video CD*). Si resuelve bien el examen del capítulo, no debe tener problemas con el examen de su clase. Las preguntas en los ejercicios de repaso están marcadas para indicar la sección en donde se estudió por primera vez el material. Si tiene problemas con una pregunta de los ejercicios de repaso, vuelva a leer la sección indicada. Sería bueno resolver el examen de repaso acumulativo que aparece al final de cada capítulo.

En la parte final del texto hay una **sección de respuestas** que tiene las soluciones a los ejercicios con *número impar*, incluyendo los problemas de Retos. También se proporcionan las respuestas a *todos* los ejercicios de Cómo utilizar su calculadora graficadora, Ejercicios de repaso acumulativo, Exámenes de mitad del capítulo, Ejercicios de repaso del capítulo, Exámenes de práctica del capítulo y Exámenes de repaso acumulativo. Las respuestas a los ejercicios de Actividades en grupo no se proporcionan, porque deseamos que los alumnos lleguen a un consenso. Las respuestas sólo se deben usar para comprobar su avance. Para los Exámenes de mitad del capítulo, Exámenes de práctica del capítulo y Exámenes de repaso acumulativo, después de cada respuesta se proporciona el número de la sección en donde se cubrió el tipo de ejercicio.

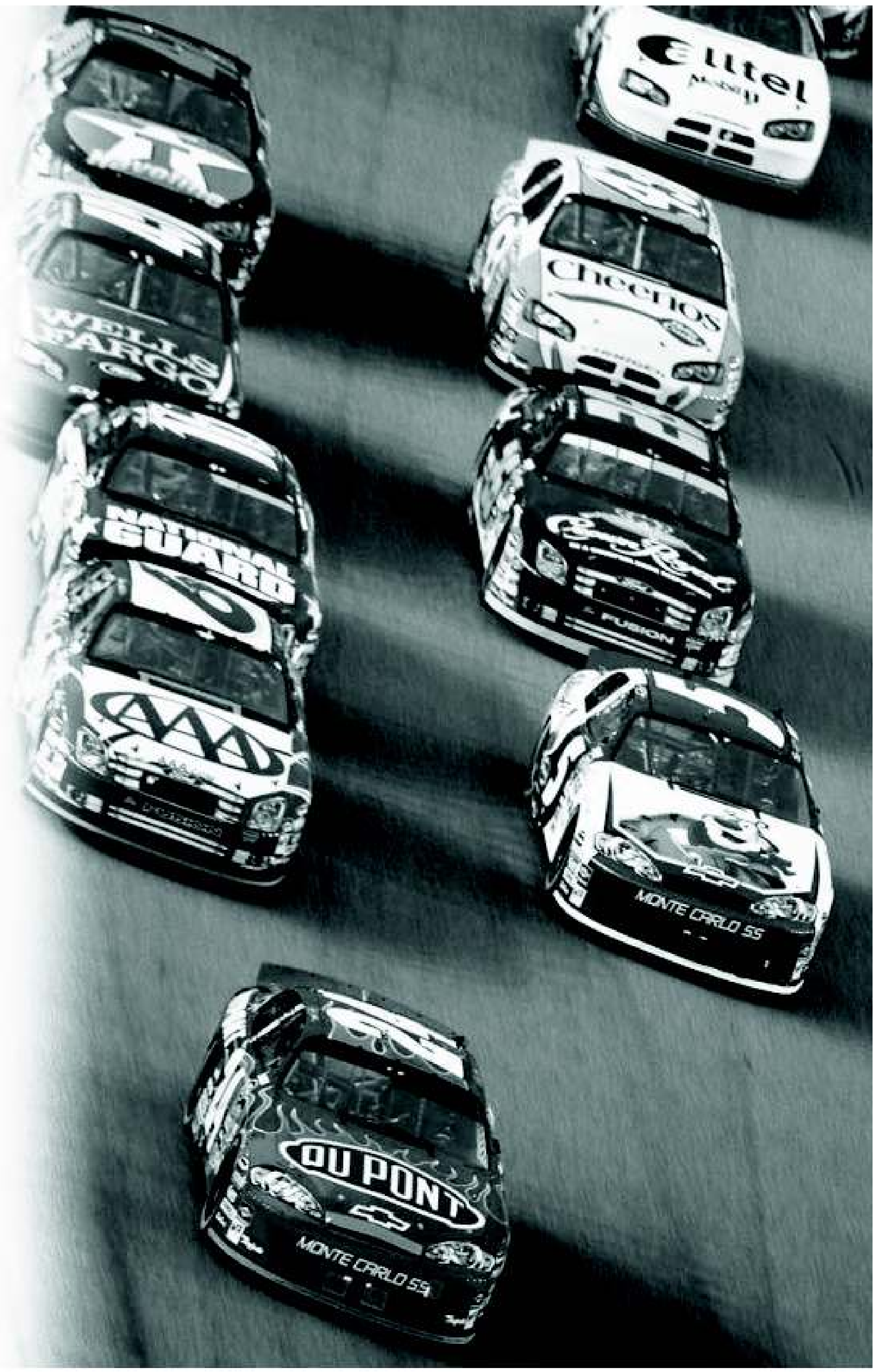
He tratado de hacer este texto lo más claro posible y sin errores. Sin embargo, ningún texto es perfecto. Si usted encuentra un error en el texto, o un ejemplo o sección que crea que se puede mejorar, le agradeceré mucho que me lo haga saber. Si le agradó el libro, también me gustaría saberlo. Puede enviar sus comentarios a *http://247.prenhall.com*.

Allen R. Angel

1 Conceptos básicos

OBJETIVOS DE ESTE CAPÍTULO

En este capítulo repasamos los conceptos de álgebra que son centrales para su éxito en este curso. A lo largo de ese capítulo, y en todo el libro, utilizamos ejemplos de la vida real para mostrar cómo las matemáticas son relevantes en su vida diaria. En la sección 1.1 presentamos asesoría para ayudarle a que establezca habilidades y hábitos efectivos de estudio. Otros temas que se tratan en este capítulo son conjuntos, números reales y exponentes.



ALGUNA VEZ se ha preguntado, "¿Cuándo voy a usar el álgebra?". En este capítulo y en todo el libro, utilizamos el álgebra para estudiar aplicaciones de la vida real, las cuales van desde la serie NASCAR Nextel Cup en el ejercicio 101 hasta desastres naturales en el ejercicio 102, ambos en la página 14. Descubriremos que las matemáticas pueden usarse en prácticamente todas las áreas de nuestra vida.

1.1 Habilidades de estudio para tener éxito en matemáticas, y uso de una calculadora

1 Tener una actitud positiva
2 Prepararse y poner atención en clase
3 Prepararse y presentar exámenes
4 Buscar ayuda
5 Aprender a utilizar una calculadora

Usted necesita adquirir ciertas habilidades de estudio que le ayudarán a completar con éxito este curso. Estas habilidades de estudio también le ayudarán en todos los demás cursos de matemáticas que tome.

Es importante que tenga en cuenta que este curso es el fundamento para cursos más avanzados de matemáticas. Si tiene una perfecta comprensión del álgebra, se dará cuenta que es más sencillo tener éxito en cursos posteriores de matemáticas.

1 Tener una actitud positiva

Podría estar pensando, "Yo odio las matemáticas" o "Desearía no tener que tomar esta clase". Puede haber escuchado el término *ansiedad* o *fobia por las matemáticas* y sentir que usted cae en esta categoría. Lo primero que necesita hacer para tener éxito en este curso es cambiar su actitud a una más positiva. Debe estar dispuesto a darle una justa oportunidad a este curso y a usted.

Con base en experiencias pasadas en matemáticas, podría sentir que esto será difícil. Sin embargo, las matemáticas es algo que necesita en su trabajo. Muchos de los que toman este curso son más maduros ahora que cuando tomaron cursos anteriores de matemáticas. Su madurez y su deseo de aprender son extremadamente importantes y pueden hacer una gran diferencia en su habilidad para tener éxito en matemáticas. Yo creo que usted puede tener éxito en este curso, pero usted también necesita creerlo.

2 Prepararse y poner atención en clase

Revise el material antes de clase

Antes de clase debe destinar algunos minutos para revisar todo material nuevo en el libro de texto. No es necesario que entienda todo; se trata sólo de que obtenga una idea de las definiciones y conceptos que estudiará. Este repaso rápido le ayudará a comprender lo que su profesor estará explicando durante la clase. Después de la explicación del material en clase, lea lenta y cuidadosamente, palabra por palabra, las secciones correspondientes del texto.

Lea el libro de texto

Un libro de texto de matemáticas no es una novela. Los libros de texto de matemáticas se deben leer lenta y cuidadosamente. Si usted no entiende lo que está leyendo, vuelva a leer el material. Cuando pase por un nuevo concepto o definición, quizá quiera subrayarlo o resaltarlo, de modo que destaque. De esta forma, cuando lo vea posteriormente, le será fácil encontrarlo. Cuando vea un ejemplo desarrollado, lea y siga el ejemplo cuidadosamente. No sólo pase la vista por él. Trate de desarrollarlo por su cuenta en otra hoja. También, trabaje las secciones **Ahora resuelva los ejercicios** que aparecen en el texto luego de cada ejemplo. Las indicaciones Ahora resuelva los ejercicios están diseñadas para que usted tenga la oportunidad de aplicar de manera inmediata nuevas ideas. Haga notas de lo que no entienda, a fin de preguntarle al profesor.

Haga la tarea

Dos compromisos que debe hacer para tener éxito en este curso son asistir a clase y hacer la tarea con regularidad. Debe resolver sus tareas de manera concienzuda y por completo. Las matemáticas no pueden aprenderse por observación. Necesita practicar lo que ha escuchado en clase. Haciendo la tarea usted realmente aprenderá la materia.

No olvide comprobar las respuestas de sus tareas. Las respuestas a los ejercicios de número impar están al final de este libro. Además, se proporcionan las respuestas a todos los Ejercicios de Repaso Acumulativo, Exámenes de mitad de capítulo, Ejercicios de Repaso del Capítulo, Exámenes de Práctica del Capítulo y Exámenes de Repaso Acumulativo. En las secciones Exámenes de Mitad de Capítulo, Exámenes de Práctica del Capítulo y Exámenes de Repaso Acumulativo, después de cada respuesta se indica, entre corchetes, la sección donde se presentó por primera vez el material. Las respuestas a los Ejercicios de Actividades en Grupo no se proporcionan puesto que queremos que, como grupo, obtengan las respuestas.

Si tiene dificultades con algunos de los ejercicios, márquelos y no dude en preguntar acerca de ellos en la clase. No se conforme hasta que entienda todos los conceptos necesarios para resolver todos los problemas asignados.

Cuando haga su tarea, asegúrese de escribirla con claridad y cuidado. Ponga atención particular en copiar correctamente los signos y exponentes. Haga su tarea paso a paso. De esta forma puede volver a ella más adelante y entender aún lo que haya escrito.

Asista y participe en clase

Debe asistir a todas las clases. Por lo general, entre más inasistencias tenga, menor será su calificación. Cada vez que pierda una clase, pierde información importante. Si pierde una clase, contacte cuanto antes a su instructor y obtenga las asignaciones de lectura y de tarea.

Cuando esté en clase, ponga atención a lo que dice su profesor. Si no entiende algo, pídale que repita o explique de otra forma el material. Si no hace preguntas, su profesor no sabrá que tiene un problema de comprensión del material.

En clase, tome notas con cuidado. Escriba números y letras de forma clara para que pueda leerlas después. No es necesario escribir todas las palabras que diga el profesor. Copie los puntos principales y los ejemplos que no estén en el texto. No debe tomar notas de manera frenética de forma que pierda el hilo de lo que está diciendo su profesor.

Estudie

Estudie en la atmósfera adecuada. Estudie en un área donde no se le interrumpa constantemente para que preste toda la atención posible a lo que está leyendo. Esta área debe estar suficientemente ventilada e iluminada. Debe tener espacio suficiente en su escritorio para extender todo su material. Su silla debe ser cómoda. Debe tratar de minimizar las distracciones mientras estudia. No debe estudiar de manera incesante; una buena idea es tomar breves periodos de descanso.

Al estudiar, no sólo debe entender cómo trabajar un problema, sino también el porqué está siguiendo esos pasos específicos para resolverlo. Si no entiende por qué está siguiendo ese proceso específico, no podrá resolver problemas similares.

Administración del tiempo

Es recomendable que los estudiantes ocupen al menos 2 horas en estudiar y hacer la tarea por cada hora de clase. Algunos estudiantes requieren más tiempo que otros. No siempre es sencillo encontrar el tiempo necesario para estudiar. Las siguientes son algunas sugerencias que pueden serle de utilidad.

1. Planee con anticipación. Determine cuándo tendrá tiempo para estudiar y hacer su tarea. No programe otras actividades para estos periodos. Trate de espaciar equitativamente estos periodos durante la semana.

2. Organícese de modo que no pierda tiempo en buscar sus libros, pluma, calculadora o notas.

3. Utilice su calculadora para realizar cálculos tediosos.

4. Cuando deje de estudiar, marque con claridad el lugar donde se detuvo.

5. Procure no tomar responsabilidades de más. Debe establecer sus prioridades. Si su educación tiene una alta prioridad, como debiera ser, quizá tenga que reducir el tiempo para otras actividades.

6. Si el tiempo es un problema, no se agobie con demasiados cursos. Considere cursar menos créditos. Si no cuenta con suficiente tiempo para estudiar, verá dañadas su comprensión y su calificación en todos sus cursos.

3 Prepararse y presentar exámenes

Estudie para sus exámenes

Si estudia todos los días, no necesitará cargarse de información la noche anterior a su examen. Si espera hasta el último minuto, no tendrá tiempo para buscar ayuda si la necesita. A fin de repasar para un examen,

1. Lea sus notas de clase.
2. Repase sus tareas.
3. Estudie las fórmulas, definiciones y procedimientos que necesitará para el examen.
4. Lea con cuidado los recuadros Cómo evitar los errores comunes y Sugerencias útiles.
5. Lea el resumen del final de cada capítulo.
6. Resuelva los ejercicios de repaso del final de cada capítulo. Si tiene dificultades, vuelva a estudiar esas secciones. Si aún tiene problemas, busque ayuda.
7. Resuelva los Exámenes de mitad de capítulo y los Exámenes de práctica del capítulo.
8. Si el material que se trata en los cuestionarios previamente dados está incluido en el examen, vuelva a resolver los cuestionarios.
9. Si el material de capítulos anteriores está incluido en el examen, resuelva el Examen de repaso acumulativo.

Presente un examen

Asegúrese de haber dormido bien la víspera del examen. Si estudió adecuadamente no tiene por qué dormirse tarde la noche anterior para preparar su examen. Llegue temprano al lugar del examen para tener unos minutos de relajamiento antes de iniciarlo. Si necesita apresurarse para llegar al examen, se pondrá nervioso y ansioso. Después de recibir el examen, haga lo siguiente:

1. Escriba con cuidado cualquier fórmula o idea que necesite recordar.
2. Vea rápidamente todo el examen para tener una idea de lo largo que es y asegúrese de que no falte ninguna página. Necesita marcarse un paso para asegurarse de completar todo el examen. Prepárese para destinar más tiempo a los problemas que cuentan más puntos.
3. Lea con cuidado las instrucciones del examen.
4. Lea con cuidado cada problema. Responda completamente cada pregunta y asegúrese de haber respondido exactamente lo preguntado.
5. Inicie con la pregunta 1 y resuelva cada pregunta en orden. Si tiene dificultades con una pregunta, no le dedique demasiado tiempo. Continúe resolviendo las preguntas que entienda. Después regrese y responda aquellos problemas de los que no esté seguro. No pierda demasiado tiempo en un solo problema.
6. Procure resolver todos los problemas. Podría ganar al menos créditos parciales.
7. Trabaje con cuidado y escriba claramente a fin de que su profesor pueda leer sus respuestas. Además, es fácil cometer errores cuando su escritura no es clara.
8. Si tiene tiempo, verifique su trabajo y sus respuestas.
9. No se preocupe si otros terminan su examen antes que usted. No se apure si es el último en terminar. Ocupe todo el tiempo de que disponga para verificar sus respuestas.

4 Buscar ayuda

Utilice los suplementos

Este texto viene con varios suplementos. Al inicio del semestre averigüe con su profesor cuáles están disponibles y cuáles podrían serle útiles. La lectura de suplementos no reemplaza la del texto. Los suplementos sirven para ampliar y reforzar su comprensión del material. Si pierde una clase podría querer revisar una videocinta sobre el tema antes de asistir a la siguiente clase.

Los suplementos que podrían estar disponibles para usted son: el CD Lecture Series Videos que muestra alrededor de 20 minutos de clase por sección e incluye las soluciones completas a los ejercicios marcados con este icono; el Chapter Test Prep Video CD, que resuelve cada problema de todos los exámenes de práctica del capítulo; MathXL MathXL®, un poderoso sistema tutorial y de tareas en línea; MyMathLab MyMathlab, el curso en línea que hospeda MathXL. Cabe aclarar que todos estos suplementos se encuentran en idioma inglés.

Busque ayuda

Una cosa que recalco mucho a mis estudiantes es *obtenga ayuda tan pronto como la necesite!* `No espere! En matemáticas, por lo general el material de un día es la base para el del día siguiente. Así que, si no entiende el material de hoy, no podrá entender el de mañana.

¿Dónde buscar ayuda? En su campus existen muchos lugares donde obtener ayuda. Procure tener un amigo en clase con quien pueda estudiar; incluso, a menudo podrán ayudarse mutuamente. Tal vez desee formar un grupo con otros estudiantes de su clase. Analizar conceptos y tareas junto con sus compañeros reforzará su propia comprensión del material.

No debe dudar en visitar a su profesor cuando tenga problemas con el material. Asegúrese de haber leído el material asignado e intente hacer la tarea antes de ir con su profesor. Llegue preparado con preguntas específicas.

Con frecuencia existen otras fuentes de ayuda disponibles. Varios colegios tienen un laboratorio o un centro de aprendizaje de matemáticas donde se dispone de tutores para ayudar a los estudiantes. Pregunte a su instructor al principio del semestre si hay tutores disponibles, y busque dónde se localizan. Visite a estos tutores cuando sea necesario.

5 Aprender a utilizar una calculadora

Varios profesores solicitan a sus estudiantes que compren y utilicen una calculadora para la clase; si su instructor la pidió, usted debe saber lo más pronto posible cuál es la calculadora que su profesor espera que utilice. Si planea llevar cursos adicionales de matemáticas, debe determinar cuál calculadora necesitará en esos cursos y pensar en adquirir dicha calculadora para usarla en este curso, si su instructor lo permite. Algunos más solicitan una calculadora científica y otros una calculadora graficadora.

En este libro proporcionamos información acerca de ambos tipos de calculadoras. Lea y guarde siempre el manual del usuario para cualquiera que sea la calculadora que compre.

CONJUNTO DE EJERCICIOS 1.1

MathXL® MyMathLab

¿Conoce usted toda la información siguiente? Si no, pregunte a su profesor lo más pronto posible.

1. ¿Cuál es el nombre de su profesor?
2. ¿Cuáles son las horas de oficina de su profesor?
3. ¿Dónde se localiza la oficina de su profesor?
4. ¿Cómo puede encontrar más fácilmente a su profesor?
5. ¿Dónde puede obtener ayuda si su profesor no está disponible?
6. ¿Qué suplementos están disponibles y le pueden ayudar en su aprendizaje?
7. ¿Su profesor recomienda o requiere una calculadora específica? Si es así, ¿cuál?
8. ¿Cuándo puede utilizar su calculadora? ¿Puede usarla en clase, en las tareas, en exámenes?
9. ¿Cuál es la política de su profesor respecto de la asistencia a clases?
10. ¿Por qué es importante que asista a todas las clases posibles?
11. ¿Sabe el nombre y número telefónico de algún amigo de la clase?
12. Por cada hora de clase, ¿cuántas horas se recomiendan fuera de clase para tareas y estudio?
13. Liste lo que debe hacer para estar preparado adecuadamente para la clase.
14. Explique cómo debe leerse un texto de matemáticas.
15. Escriba un resumen de los pasos que debe seguir cuando tenga un examen.

indica un ejercicio que se resuelve completamente en el CD Lecture Series Videos.

indica un ejercicio de redacción. Esto es, un ejercicio que requiere escribir una respuesta.

16. Tener una actitud positiva es muy importante para el éxito de este curso. ¿Está comenzando este curso con una actitud positiva? `Es importante que lo haga!

17. Debe comprometerse en ocupar el tiempo necesario para aprender el material, para hacer la tarea y para asistir a la clase con regularidad. Explique por qué cree que este compromiso es necesario para tener éxito en este curso.

18. ¿Cuáles son sus razones para tomar este curso?

19. ¿Cuáles son sus metas para este curso?

20. ¿Ha pensado en estudiar con un amigo o un grupo de amigos? ¿Ve alguna ventaja en hacerlo así? ¿Le ve alguna desventaja?

1.2 Conjuntos y otros conceptos básicos

1. Identificar conjuntos
2. Identificar y utilizar desigualdades
3. Usar la notación constructiva de conjuntos
4. Determinar la unión e intersección de conjuntos
5. Identificar conjuntos importantes de números

Iniciamos con algunas definiciones importantes. Cuando se usa una letra para representar varios números se le llama **variable**. Por ejemplo, si t = al tiempo, en horas, que un automóvil viaja, entonces t es una variable, ya que el tiempo cambia de manera constante conforme el automóvil viaja. Con frecuencia usamos las letras x, y, z y t para representar variables. Sin embargo, pueden emplearse otras letras. Cuando presentamos propiedades o reglas, a menudo las letras a, b y c se usan como variables.

Si una letra representa un valor particular se denomina **constante**. Por ejemplo, si s = el número de segundos en un minuto, entonces s representa una constante ya que siempre hay 60 segundos en un minuto. El número de segundos en un minuto no varía. En este libro, las letras que representan variables y constantes aparecen en itálicas.

En el texto se usará con frecuencia el término **expresión algebraica**, o simplemente **expresión**. Una expresión es cualquier combinación de números, variables, exponentes, símbolos matemáticos (distintos al signo igual) y operaciones matemáticas.

1 Identificar conjuntos

Los conjuntos se emplean en muchas áreas de las matemáticas, de modo que es importante una comprensión de los conjuntos y de su notación. Un **conjunto** es una colección de objetos. Los objetos en un conjunto se denominan **elementos** del conjunto. Los conjuntos se indican mediante llaves, { }, y con frecuencia sus nombres son letras mayúsculas. Cuando los elementos de un conjunto están listados dentro de las llaves, como se ilustra a continuación, se dice que el conjunto está en **forma de lista**.

$$A = \{a, b, c\}$$
$$B = \{\text{amarillo, verde, azul, rojo}\}$$
$$C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

El conjunto A tiene tres elementos, el conjunto B tiene cuatro elementos y el conjunto C tiene cinco elementos. El símbolo $\in$ se usa para indicar que un objeto es un elemento de un conjunto. Como 2 es un elemento del conjunto C, podemos escribir $2 \in C$; esto se lee "2 es un elemento del conjunto C".

Un conjunto puede ser finito o infinito. Los conjuntos A, B y C tienen, cada uno, un número finito de elementos y, por tanto, son *conjuntos finitos*. En algunos conjuntos es imposible listar a todos los elementos. Éstos son *conjuntos infinitos*. El conjunto siguiente, llamado el conjunto de **números naturales** o **conjunto de números para contar**, es un ejemplo de un conjunto infinito.

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

Los tres puntos después de la última coma, llamados *puntos suspensivos*, indican que el conjunto continúa de la misma manera.

Otro importante conjunto infinito es el de enteros. El conjunto de **enteros** es

$$I = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Observe que el conjunto de enteros incluye tanto a los enteros positivos como a los negativos y al número cero, 0.

Si escribimos

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 163\}$$

queremos decir que el conjunto continúa de la misma manera hasta el número 163. El conjunto D es el conjunto de los primeros 163 números naturales, por tanto D es un conjunto finito.

Un conjunto especial que no tiene elementos se llama el **conjunto nulo** o **conjunto vacío**, se escribe $\{\ \}$ o $\emptyset$. Por ejemplo, el conjunto de estudiantes en su clase que tienen más de 150 años es el conjunto vacío o nulo.

2 Identificar y utilizar desigualdades

Antes de introducir un segundo método para escribir un conjunto, denominado *notación constructiva de conjuntos*, introduciremos los símbolos de desigualdad.

Símbolos de desigualdad

$>$ se lee "es mayor que".

$\geq$ se lee "es mayor o igual a".

$<$ se lee "es menor que".

$\leq$ se lee "es menor o igual a".

$\neq$ se lee "no es igual a".

Las desigualdades pueden explicarse por medio de la recta de los números reales (figura 1.1).

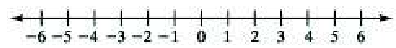


FIGURA 1.1

El número a es mayor que el número $b, a > b$, cuando a está a la derecha de b en la recta numérica **(figura 1.2)**. También podemos establecer que el número b es menor que $a, b < a$, cuando b está a la izquierda de a en la recta numérica. La desigualdad $a \neq b$ significa $a < b$ o $a > b$.

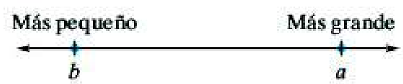


FIGURA 1.2

EJEMPLO 1 Inserte $>$ o $<$, en el área sombreada entre los números para hacer verdadera cada proposición.

a) $6 \quad 2$ **b)** $-7 \quad 1$ **c)** $-4 \quad -5$

Solución Dibuje una recta numérica para ilustrar la localización de los valores de las partes **a)**, **b)** y **c)**, como se ilustra en la **figura 1.3**.

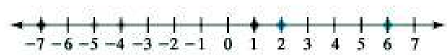


FIGURA 1.3

a) $6 > 2$ Observe que 6 está a la derecha del 2 en la recta numérica.

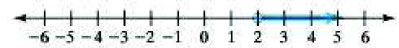
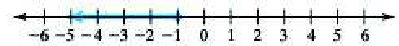
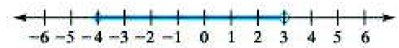
b) $-7 < 1$ Observe que -7 está a la izquierda del 1 en la recta numérica.

c) $-4 > -5$ Observe que -4 está a la derecha del -5 en la recta numérica.

Ahora resuelva el ejercicio 29

Recuerde que el símbolo usado en una desigualdad, si es verdadera, siempre señala o apunta al más pequeño de los dos números.

Utilizamos la notación $x > 2$, se lee "x es mayor que 2", para representar a *todos* los números reales mayores que 2. Utilizamos la notación $x \leq -3$, se lee "x es menor o igual a -3", para representar a todos los números reales que son menores o iguales a -3. La notación $-4 \leq x < 3$, significa todos los números que son mayores o iguales a -4 y también menores que 3. En las desigualdades $x > 2$ y $x \leq -3$, el 2 y el -3 se llaman **puntos extremos**. En la desigualdad $-4 \leq x < 3$, el -4 y el 3 son los puntos extremos. Las soluciones de las desigualdades que utilizan $<$ o $>$ no incluyen a los puntos extremos, pero las soluciones de las desigualdades que utilizan $\leq$ o $\geq$ incluyen a los puntos extremos. Cuando se ilustran las desigualdades en la recta numérica se emplea un círculo relleno para mostrar que el punto extremo está incluido en la respuesta, y se usa un círculo vacío para mostrar que no está incluido el punto extremo. A continuación están algunos ejemplos de cómo se indican algunas desigualdades en la recta numérica.

Desigualdad	Desigualdad indicada en la recta numérica
$x > 2$	
$x \leq -1$	
$-4 \leq x < 3$	

Algunos estudiantes comprenden de manera errónea la palabra *entre*. La palabra *entre* indica que los puntos extremos no están incluidos en la respuesta. Por ejemplo, el conjunto de los números naturales entre 2 y 6 es $\{3, 4, 5\}$. Si deseamos incluir los extremos, podemos usar la palabra *inclusive*. Por ejemplo, el conjunto de números naturales entre 2 y 6 inclusive es $\{2, 3, 4, 5, 6\}$

3 Usar la notación constructiva de conjuntos

Ahora que hemos introducido los símbolos de desigualdad, analizaremos otro método para indicar un conjunto, denominado **notación constructiva de conjuntos**. Un ejemplo de esta notación es

$$E = \{x | x \text{ es un número natural mayor que } 7\}$$

Esto se lee "El conjunto E es el conjunto de todos los elementos x, tales que x es un número natural mayor que 7". En forma de lista, este conjunto se escribe

$$E = \{8, 9, 10, 11, 12, \ldots\}$$

La forma general de la notación constructiva de conjuntos es

$$\{ \quad x \quad | \quad x \text{ tiene la propiedad } p \}$$

El conjunto de

todos los elementos x

tales que

x tiene la propiedad dada

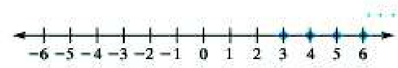
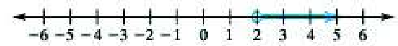
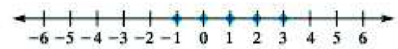
A menudo usaremos la variable x cuando utilicemos la notación constructiva de conjuntos, aunque puede emplearse cualquier variable.

Dos formas condensadas de escribir el conjunto $E = \{x | x$ es un número natural mayor que $7\}$ en notación constructiva de conjuntos es:

$$E = \{x | x > 7 \text{ y } x \in N\} \quad \text{o} \quad E = \{x | x \geq 8 \text{ y } x \in N\}$$

El conjunto $A = \{x | -3 < x \leq 4 \text{ y } x \in I\}$ es el conjunto de enteros mayores que -3 y menores o iguales a 4. El conjunto escrito en forma de lista es $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$. Observe que el extremo -3 no está incluido en el conjunto pero el extremo 4 sí.

¿En qué difieren los conjuntos $B = \{x | x > 2 \text{ y } x \in N\}$ y $C = \{x | x > 2\}$? ¿Puede escribir cada conjunto en forma de lista? ¿Puede ilustrar ambos conjuntos en la recta numérica? El conjunto B sólo contiene a los números naturales mayores que 2, esto es, $\{3, 4, 5, 6, \ldots\}$. El conjunto C contiene no sólo a los números naturales mayores que 2, sino también fracciones y números decimales mayores que 2. Si tratara de escribir el conjunto C en forma de lista, ¿dónde empezaría? ¿Cuál es el número más pequeño que es mayor a 2? ¿Es 2.1 o 2.01 o 2.001? Como no hay número más pequeño que sea mayor que 2, este conjunto no puede escribirse en forma de lista. En la parte superior de la siguiente página ilustramos estos dos conjuntos en la recta numérica. También ilustramos otros dos conjuntos.

Conjunto	Conjunto indicado en la recta numérica
$\{x \mid x > 2 \text{ y } x \in N\}$	
$\{x \mid x > 2\}$	
$\{x \mid -1 \leq x < 4 \text{ y } x \in I\}$	
$\{x \mid -1 \leq x < 4\}$	

Otro método para indicar desigualdades, denominado *notación de intervalos*, se estudiará en la sección 2.5.

4 Determinar la unión e intersección de conjuntos

Al igual que *operaciones* tales como la suma y la multiplicación se realizan sobre los números, existen operaciones que pueden realizarse sobre conjuntos. Dos operaciones de conjuntos son la *unión* y la *intersección*.

Unión

La **unión** del conjunto A y el conjunto B, escrita $A \cup B$, es el conjunto de elementos que pertenecen al conjunto A *o* al conjunto B.

Ya que la palabra *o*, como se usa en este contexto, significa pertenencia al conjunto A, o al conjunto B o a ambos conjuntos, la unión está formada por la combinación o reunión de los elementos del conjunto A con los del conjunto B. Si un objeto es un elemento del conjunto A, o del conjunto B o está en ambos conjuntos, entonces es un elemento de la unión de los conjuntos. Si un elemento aparece en ambos conjuntos, lo listamos sólo una vez cuando escribimos la unión de dos conjuntos.

Ejemplos de unión de conjuntos

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\quad B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, $\quad A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A = \{a, b, c, d, e\}$, $\quad B = \{x, y, z\}$, $\quad A \cup B = \{a, b, c, d, e, x, y, z\}$

En la notación constructiva de conjuntos podemos expresar $A \cup B$ como

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ o } x \in B\}$$

Intersección

La **intersección** del conjunto A y el conjunto B, denotada $A \cap B$, es el conjunto de todos los elementos que son comunes a ambos conjuntos A *y* B.

Ya que la palabra *y*, como se utiliza en este contexto, significa pertenencia a *ambos*, al conjunto A y al conjunto B, la intersección está formada con sólo aquellos elementos que están en ambos conjuntos. Si un objeto está en sólo uno de los dos conjuntos, entonces no es un elemento de la intersección de los conjuntos.

Ejemplos de intersección de conjuntos

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\quad B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, $\quad A \cap B = \{3, 4, 5\}$

$A = \{a, b, c, d, e\}$, $\quad B = \{x, y, z\}$, $\quad A \cap B = \{\ \}$

Observe que en el último ejemplo, los conjuntos A y B no tienen elementos en común. Por lo tanto, su intersección es el conjunto vacío. En la notación constructiva de conjuntos podemos expresar $A \cap B$ como

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ y } x \in B\}$$

5 Identificar conjuntos importantes de números

Al llegar hasta aquí tenemos toda la información necesaria para estudiar importantes conjuntos de números reales. En el recuadro siguiente describimos estos conjuntos proporcionando letras que se utilizan con frecuencia para representar a estos conjuntos de números.

Importantes conjuntos de números reales

Números reales	$\mathbb{R} = \{x \mid x \text{ es un punto de la recta numérica}\}$
Números naturales o para contar	$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$
Enteros no negativos	$W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$
Números enteros	$Z = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$
Números racionales	$Q = \left\{\frac{p}{q} \,\middle|\, p \text{ y } q \text{ son enteros}, q \neq 0\right\}$
Números irracionales	$I = \{x \mid x \text{ es un número real que no es racional}\}$

Echemos un vistazo rápido a los números racionales, irracionales y reales. Un **número racional** es cualquier número que puede representarse como un cociente de dos enteros, con el denominador distinto de cero.

Ejemplos de números racionales

$$\frac{3}{5}, \quad -\frac{2}{3}, \quad 0, \quad 1.63, \quad 7, \quad -17, \quad \sqrt{4}$$

Observe que 0, o cualquier otro entero, también es un número racional, ya que puede escribirse como una fracción con un denominador igual a 1.

Por ejemplo $0 = \frac{0}{1}$ y $7 = \frac{7}{1}$. El número 1.63 puede escribirse como $\frac{163}{100}$ y por tanto es un cociente de dos enteros. Como $\sqrt{4} = 2$ y 2 es un entero, $\sqrt{4}$ es un número racional. *Todo número racional cuando se escribe como un número decimal será un número con parte decimal que se repite o bien que termina.*

Ejemplos de decimales que se repiten	Ejemplos de decimales que terminan
$\frac{2}{3} = 0.6666\ldots$ El 6 se repite.	$\frac{1}{2} = 0.5$
$\frac{1}{7} = 0.142857142857\ldots$ El bloque 142857 se repite.	$\frac{9}{4} = 2.25$

Para mostrar que un dígito o un grupo de dígitos se repiten, podemos colocar una barra sobre el dígito o grupo de dígitos que se repiten. Por ejemplo, podemos escribir

$$\frac{2}{3} = 0.\overline{6} \quad \text{y} \quad \frac{1}{7} = 0.\overline{142857}$$

Aunque $\sqrt{4}$ es un número racional, las raíces cuadradas de la mayoría de los enteros no lo son. La mayoría de las raíces cuadradas tendrán decimales que no terminan ni se repiten cuando se expresan como números decimales y son **números irracionales**. Algunos números irracionales son $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ y $\sqrt{6}$. Otro número irracional es pi, π. Cuando damos un valor decimal para un número irracional, sólo estamos proporcionando una *aproximación* del valor del número irracional. El símbolo $\approx$ significa "es aproximadamente igual a".

$$\pi \approx 3.14 \qquad \sqrt{2} \approx 1.41 \qquad \sqrt{3} \approx 1.73 \qquad \sqrt{10} \approx 3.16$$

Los **números reales** están formados tomando la *unión* de los números racionales y los números irracionales. Por consiguiente, cualquier número real debe ser un número racional o un número irracional. Con frecuencia se utiliza el símbolo $\mathbb{R}$ para representar al conjunto de los números reales. La **figura 1.4** ilustra varios números reales en la recta numérica.

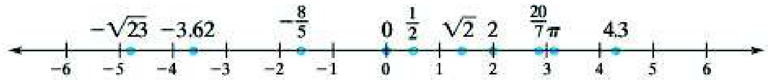


FIGURA 1.4

Un primer conjunto es un **subconjunto** de un segundo conjunto cuando todo elemento del primer conjunto también es un elemento del segundo conjunto. Por ejemplo, el conjunto de números naturales, $\{1, 2, 3, 4, \ldots\}$, es un subconjunto de los enteros no negativos, $\{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$, ya que todo elemento en el conjunto de los números naturales también es un elemento del conjunto de los enteros no negativos. La **figura 1.5** ilustra las relaciones entre los diferentes subconjuntos de los números reales. En la **figura 1.5a**, observe que el conjunto de los números naturales es un subconjunto del conjunto de enteros no negativos, del conjunto de enteros y del conjunto de los números racionales. Por tanto, todo número natural también debe ser un entero no negativo, un entero y un número racional. Por medio del mismo razonamiento, podemos ver que el conjunto de enteros no negativos es un subconjunto del conjunto de enteros, y del conjunto de números racionales y que el conjunto de los enteros es un subconjunto del conjunto de los números racionales.

Viendo la **figura 1.5b** vemos que los enteros positivos, el 0 y los enteros negativos forman los enteros, que los números enteros y los números racionales que no son enteros forman los números racionales, y así sucesivamente.

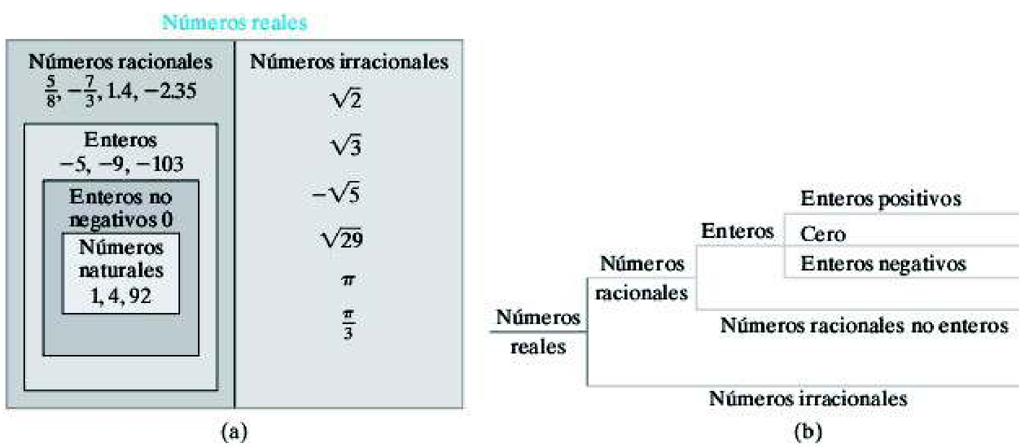


FIGURA 1.5

EJEMPLO 2 Considere el conjunto siguiente:

$$\left\{-3, 0, \frac{5}{7}, 12.25, \sqrt{7}, -\sqrt{11}, \frac{22}{7}, 5, 7.1, -54, \pi\right\}$$

Liste los elementos del conjunto que son

a) números naturales. **b)** enteros no negativos. **c)** enteros.
d) números racionales. **e)** números irracionales. **f)** números reales.

Solución

a) Números naturales: 5 **b)** Enteros no negativos: 0, 5 **c)** Enteros: $-3, 0, 5, -54$

d) Los números racionales pueden escribirse en la forma p/q, $q \neq 0$, con p y q enteros. Cada uno de los siguientes pueden escribirse en esta forma y es un número racional.

$$-3, 0, \frac{5}{7}, 12.25, \frac{22}{7}, 5, 7.1, -54$$

e) Números irracionales son números reales que no son racionales. Los números siguientes son irracionales

$$\sqrt{7}, -\sqrt{11}, \pi$$

f) Todos los números en el conjunto son números reales. La unión de los números racionales y los números irracionales forma los números reales.

$$-3, 0, \frac{5}{7}, 12.25, \sqrt{7}, -\sqrt{11}, \frac{22}{7}, 5, 7.1, -54, \pi$$

▸ Ahora resuelva el ejercicio 49

No todos los números son números reales. Algunos números que estudiamos más adelante en el texto que no son números reales son números complejos y números imaginarios.

CONJUNTO DE EJERCICIOS 1.2

MathXL® MyMathLab

Ejercicios de concepto/redacción

1. ¿Qué es una variable?
2. ¿Qué es una expresión algebraica?
3. ¿Qué es un conjunto?
4. ¿Cómo les llamamos a los objetos de un conjunto?
5. ¿Qué es el conjunto vacío o conjunto nulo?
6. El conjunto de los números naturales o para contar, ¿es un conjunto finito o infinito? Explique.
7. Liste los cinco símbolos de desigualdad y escriba cómo se lee cada uno de ellos.
8. Proporcione un ejemplo de un conjunto que sea vacío.
9. Liste el conjunto de enteros *entre* 3 y 7.
10. Liste el conjunto de enteros *entre* -1 y 3 *inclusive*.
11. Explique por qué todo entero también es un número racional.
12. Describa los números para contar, números enteros, números enteros no negativos, números racionales, números irracionales y números reales. Explique las relaciones entre los conjuntos de números.

En los ejercicios del 13 al 22, indique si cada proposición es verdadera o falsa.

13. Todo número natural es un entero no negativo.
14. Todo entero no negativo es un número natural.
15. Algunos números racionales son enteros.
16. Todo entero es un número racional.
17. Todo número racional es un entero.
18. La unión del conjunto de los números racionales con el conjunto de los números irracionales forma el conjunto de los números reales.
19. La intersección del conjunto de los números racionales y el conjunto de los números irracionales es el conjunto vacío.
20. El conjunto de los números naturales es un conjunto finito.
21. El conjunto de los enteros entre π y 4 es el conjunto vacío (nulo).
22. El conjunto de los números irracionales entre 3 y π es un conjunto infinito.

Práctica de habilidades

Inserte $<$ o $>$ en el área sombreada para hacer que la proposición sea verdadera.

23. $5 \;\square\; 3$	**24.** $-1 \;\square\; 8$	**25.** $0 \;\square\; -2$	**26.** $-3 \;\square\; 3$
27. $-1 \;\square\; -1.01$	**28.** $2 \;\square\; -3$	**29.** $-5 \;\square\; -3$	**30.** $-8 \;\square\; -1$
31. $-14.98 \;\square\; -14.99$	**32.** $-3.4 \;\square\; -3.2$	**33.** $1.7 \;\square\; 1.9$	**34.** $-1.1 \;\square\; -1.9$
35. $-\pi \;\square\; -4$	**36.** $-723 \;\square\; -655$	**37.** $-\frac{7}{8} \;\square\; -\frac{10}{11}$	**38.** $-\frac{4}{7} \;\square\; -\frac{5}{9}$

En los ejercicios del 39 al 48, escriba cada conjunto en forma de lista.

39. $A = \{x|-1 < x < 1 \text{ y } x \in Z\}$
40. $B = \{y|y \text{ es un número natural impar menor que } 6\}$
41. $C = \{z|z \text{ es un entero par mayor que } 16 \text{ y menor o igual a } 20\}$
42. $D = \{x|x \geq -3 \text{ y } x \in I\}$
43. $E = \{x|x < 3 \text{ y } x \in W\}$
44. $F = \left\{x \,\middle|\, -\frac{6}{5} \leq x < \frac{15}{4} \text{ y } x \in N\right\}$
45. $H = \{x|x \text{ es un entero no negativo múltiplo de } 7\}$
46. $L = \{x|x \text{ es un entero mayor que } -5\}$
47. $J = \{x|x > 0 \text{ y } x \in Z\}$
48. $K = \{x|x \text{ es un entero no negativo entre } 9 \text{ y } 10\}$

Un ejercicio con número en rojo, tal como el 29, indica uno marcado con Ahora resuelva el ejercicio.

49. Considere el conjunto $\left\{-2, 4, \frac{1}{2}, \frac{5}{9}, 0, \sqrt{2}, \sqrt{8}, -1.23, \frac{78}{79}\right\}$.
Liste los elementos que son:

a) números naturales.
b) enteros no negativos.
c) enteros.
d) números racionales.
e) números irracionales.
f) números reales.

50. Considere el conjunto
$\left\{2, 4, -5.33, \frac{9}{2}, \sqrt{5}, \sqrt{2}, -100, -7, 4.7\right\}$.
Liste los elementos que son:

a) números enteros no negativos.
b) números naturales.
c) números racionales.
d) números enteros.
e) números irracionales.
f) números reales.

Determine $A \cup B$ y $A \cap B$, para cada conjunto A y B.

51. $A = \{1, 2, 3\}, B = \{4, 5, 6\}$

52. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{2, 4, 6\}$

53. $A = \{-3, -1, 1, 3\}, B = \{-4, -3, -2, -1, 0\}$

54. $A = \{-3, -2, -1, 0\}, B = \{-1, 0, 1, 2\}$

55. $A = \{\ \}, B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

56. $A = \{2, 4, 6\}, B = \{2, 4, 6, 8, \ldots\}$

57. $A = \{0, 10, 20, 30\}, B = \{5, 15, 25\}$

58. $A = \{1, 3, 5\}, B = \{1, 3, 5, 7, \ldots\}$

59. $A = \{-1, 0, 1, e, i, \pi\}, B = \{-1, 0, 1\}$

60. $A = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \ldots\right\}, B = \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}\right\}$

Describa cada conjunto.

61. $A = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$

62. $B = \{2, 4, 6, 8, \ldots\}$

63. $C = \{0, 3, 6, 9, \ldots\}$

64. $A = \{a, b, c, d, \ldots, z\}$

65. $B = \{\ldots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \ldots\}$

66. $C = \{\text{Alabama, Alaska}, \ldots, \text{Wyoming}\}$

En los ejercicios 67 y 68, **a)** *escriba cómo leería cada conjunto;* **b)** *escriba el conjunto en forma de lista.*

67. $A = \{x|x < 7 \text{ y } x \in N\}$

68. $B = \{x|x$ es una de las últimas cinco letras mayúsculas del alfabeto inglés$\}$

Ilustre cada conjunto en una recta numérica.

69. $\{x|x \geq 0\}$

70. $\{w|w > -5\}$

71. $\{z|z \leq 2\}$

72. $\{y|y < 4\}$

73. $\{p|-6 \leq p < 3\}$

74. $\{x|-1.67 \leq x < 5.02\}$

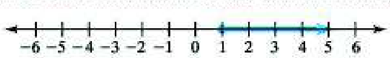
75. $\{q|q > -3 \text{ y } q \in N\}$

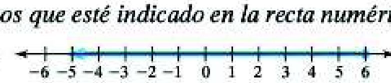
76. $\{x|-1.93 \leq x \leq 2 \text{ y } x \in I\}$

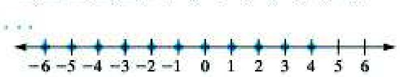
77. $\{r|r \leq \pi \text{ y } r \in W\}$

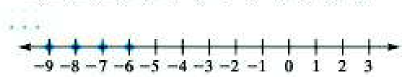
78. $\left\{x \,\middle|\, \frac{5}{12} < x \leq \frac{7}{12} \text{ y } x \in N\right\}$

Exprese en la notación constructiva de conjuntos cada conjunto de números que esté indicado en la recta numérica.

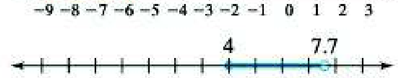
79. 

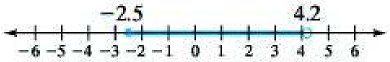
80. 

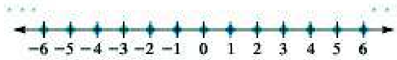
81. 

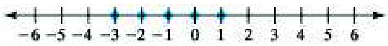
82. 

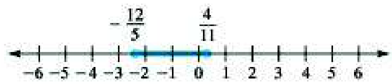
83. 

84. 

85. 

86. 

87. 

88. 

Consulte el recuadro de la página 10, para el significado de ℝ, N, W, Z, Q e I. Luego determine si el primer conjunto es un subconjunto del segundo conjunto para cada pareja de conjuntos.

89. N, W **90.** W, Q **91.** W, N **92.** I, Q

93. $Q, \mathbb{R}$ **94.** Q, H **95.** Q, I **96.** $H, \mathbb{R}$

Resolución de problemas

97. Construya un conjunto que contenga cinco números racionales entre 1 y 2.

98. Construya un conjunto que contenga cinco números racionales entre 0 y 1.

99. Determine dos conjuntos A y B tales que $A \cup B = \{2, 4, 5, 6, 8, 9\}$ y $A \cap B = \{4, 5, 9\}$.

100. Determine dos conjuntos A y B tales que $A \cup B = \{3, 5, 7, 8, 9\}$ y $A \cap B = \{5, 7\}$.

101. Copa NASCAR Nextel La Copa de la serie NASCAR Nextel 2004 consistió en 36 carrera realizadas entre febrero y noviembre. Dos de esas carreras fueron la Pocono 500 el 14 de junio y la Ford 400 el 20 de noviembre. Las tablas siguientes muestran los seis que terminaron en los primeros lugares en ambas carreras.

Pocono 500

Posición	Piloto
1	Jimmie Johnson
2	Jerry Mayfield
3	Bobby Labonte
4	Jeff Gordon
5	Kurt Busch
6	Dale Earnhardt, Jr.

Ford 400

Posición	Piloto
1	Greg Biffle
2	Jimmie Johnson
3	Jeff Gordon
4	Tony Stewart
5	Kurt Busch
6	Brendan Gaughan

Fuente: www.NASCAR.com

a) Determine el conjunto de pilotos que estuvieron entre los primeros 6 en la Pocono 500 *o* en la Ford 400.

b) ¿La parte **a)** representa la unión o la intersección de los pilotos?

c) Determine el conjunto de pilotos que estuvieron en los primeros 6 finalistas en la Pocono 500 *y* en la Ford 400.

d) ¿La parte **c)** representa la unión o la intersección de los pilotos?

102. Desastres Las tablas siguientes proporcionan estimaciones de los seis terremotos y los seis desastres naturales más mortíferos.

Los seis terremotos más mortíferos

Muertes	Magnitud	Ubicación	Año
255,000	7.8–8.2	Tangshan, China	1976
200,000	8.3	Xining, China	1927
200,000	8.6	Gansu, China	1920
175,000	9.0	Asia/África	2004
143,000	8.3	Kwanto, Japón	1923
110,000	7.3	Turkmenistán	1948

Los seis desastres naturales más mortíferos

Muertes	Suceso	Ubicación	Año
3.7 millones	Inundación	Río Huang He, China	1931
300,000	Ciclón	Bangladesh	1970
255,000	Terremoto	Tangshan, China	1976
200,000	Terremoto	Xining, China	1927
200,000	Terremoto	Gansu, Shina	1920
175,000	Terremoto/ Tsunami	Asia/África	2004

Fuente: www.msnbc.com/modules/tables/worstquakesofcentury, Associated Press, Reuters, U.S. Geological Survey, *The World Almanac*, *The Washington Post* (12/29/2004)

a) Determine el conjunto de localidades de los seis terremotos más mortíferos *o* las localidades de los seis desastres naturales más mortíferos.

b) ¿La parte **a)** representa la unión o la intersección de las categorías?

c) Determine el conjunto de localidades de los seis terremotos más mortíferos *y* de las localidades de los seis desastres naturales más mortíferos.

d) ¿La parte **c)** representa la unión o la intersección de las categorías?

103. Exámenes de álgebra La tabla siguiente muestra a los estudiantes que obtuvieron calificación de A en los primeros dos exámenes en una clase de álgebra intermedia. (Suponga que cada estudiante tiene nombre diferente).

Primer examen	Segundo examen
Albert	Linda
Carmen	Jason
Frank	David
Linda	Frank
Bárbara	Earl
	Kate
	Ingrid

a) Determine el conjunto de estudiantes que obtuvieron una calificación de A en el primero *o* en el segundo examen.

b) ¿La parte **a)** representa la unión o la intersección de los estudiantes?

c) Determine el conjunto de estudiantes que obtuvieron una calificación de A en el primero *y* en el segundo exámenes.

d) ¿La parte **c)** representa la unión o la intersección de los estudiantes?

104. Carreras La tabla siguiente muestra a los corredores que participaron en una carrera de 3 kilómetros (km) y en una carrera de 5 kilómetros. (Suponga que cada corredor tiene un nombre diferente.)

3 kilómetros	5 kilómetros
Adam	Luan
Kim	Betty
Luan	Darnell
Ngo	Ngo
Carmen	Frances
Earl	George
Martha	Adam

a) Determine el conjunto de corredores que participaron en una carrera de 3 km *o* en una carrera de 5 km.

b) ¿La parte **a)** representa la unión o la intersección de los corredores?

c) Determine el conjunto de corredores que participaron en una carrera de 3 km *y* en una de 5 km.

d) ¿La parte **c)** representa la unión o la intersección de los corredores?

105. Países populosos La tabla siguiente muestra los cinco países más populosos en 1950 y en 2005, y los cinco países que se espera sean los más populosos en 2050. Esta información se tomó del sitio web de la Oficina de Censos de Estados Unidos.

1950	2005	2050
China	China	India
India	India	China
Estados Unidos	Estados Unidos	Estados Unidos
Rusia	Indonesia	Indonesia
Japón	Brasil	Nigeria

a) Determine el conjunto de los cinco países más populosos en 2005 *o* en 2050.

b) Determine el conjunto de los cinco países más populosos en 1950 *o* en 2050.

c) Determine el conjunto de los cinco países más populosos en 1950 *y* en 2005.

d) Determine el conjunto de los cinco países más populosos en 2005 *y* en 2050.

e) Determine el conjunto de los cinco países más populosos en 1950 *y* en 2005 *y* en 2050.

106. Concurso de escritura La tabla siguiente muestra a los estudiantes de una clase de inglés que participaron en tres concursos de escritura en una escuela preparatoria local. (Suponga que cada estudiante tiene un nombre diferente).

Primer concurso	Segundo concurso	Tercer concurso
Jill	Tom	Pat
Sam	Shirley	Richard
Tom	Bob	Arnold
Pat	Donna	Donna
Shirley	Sam	Kate
Richard	Jill	
	Kate	

a) Determine el conjunto de estudiantes que participaron en el primer concurso *o* en el segundo concurso.

b) Determine el conjunto de estudiantes que participaron en el segundo concurso *o* en el tercer concurso.

c) Determine el conjunto de estudiantes que participaron en el primer concurso *y* en el segundo concurso.

d) Determine el conjunto de estudiantes que participaron en el primer concurso *y* en el tercer concurso.

e) Determine el conjunto de estudiantes que participaron en el primer concurso *y* en el segundo concurso *y* en el tercer concurso.

107. Lobatos Los Lobatos del grupo 108 deben completar cuatro actividades para merecer la Insignia de Lobo. Doug Wedding, su guía, tiene la tabla siguiente en su libro de registro. Un *Sí* indica que el lobato ha completado la actividad.

Sea A = el conjunto de scouts que han completado la actividad 1: *Prueba de habilidad.*

Sea B = el conjunto de scouts que han completado la actividad 2: *Su bandera.*

Sea C = el conjunto de scouts que ha completado la actividad 3: *Cocinar y comer.*

Sea D = el conjunto de scouts que ha completado la actividad 4: *Toma de decisiones.*

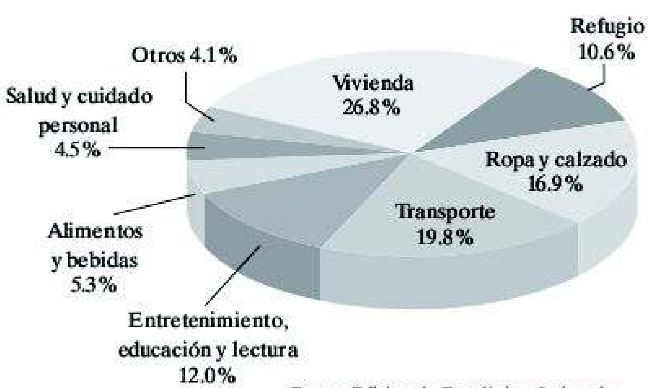
a) Escriba cada conjunto A, B, C y D usando el método de enumeración.

b) Determine el conjunto $A \cap B \cap C \cap D$, esto es, determine el conjunto de elementos que son comunes a los cuatro conjuntos.

c) ¿Cuáles scouts han cumplido con todos los requerimientos para recibir su Insignia de Lobo?

	Actividades			
Scout	**1**	**2**	**3**	**4**
Alex	Sí	Sí	Sí	Sí
James	Sí	Sí	No	No
George	No	Sí	No	Sí
Connor	No	Sí	No	Sí
Stephen	No	No	Sí	No

108. Bienes y servicios La gráfica siguiente muestra el peso porcentual dado a diferentes bienes y servicios en el índice de precios al consumidor para diciembre de 2005.



Fuente: Oficina de Estadísticas Laborales

a) Liste el conjunto de bienes y servicios que tienen un peso de 21% o mayor.

b) Liste el conjunto de bienes y servicios que tienen un peso menor que 6%.

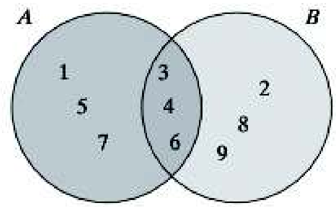
109. El diagrama siguiente se denomina *diagrama de Venn.* Con base en el diagrama, determine los conjuntos siguientes:

a) A

b) B

c) $A \cup B$

d) $A \cap B$



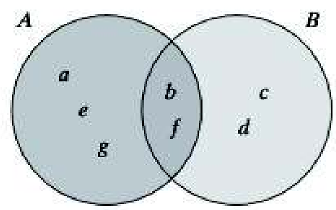
110. Utilice el diagrama de Ven siguiente para determinar los conjuntos siguientes:

a) A

b) B

c) $A \cup B$

d) $A \cap B$



111. a) Explique la diferencia entre los siguientes conjuntos de números: $\{x|x > 1 \text{ y } x \in N\}$ y $\{x|x > 1\}$.

b) Escriba en forma de lista el primer conjunto dado.

c) ¿Puede escribir el segundo conjunto en forma de lista? Explique su respuesta.

112. Repita el ejercicio 111 para los conjuntos $\{x|2 < x < 6 \text{ y } x \in N\}$ y $\{x|2 < x < 6\}$.

113. Copa NASCAR Nextel Dibuje un diagrama de Ven para los datos mostrados en el ejercicio 101.

Retos

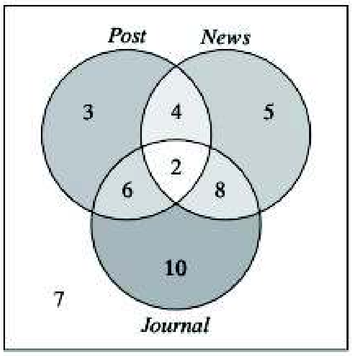
114. **a)** Escriba los números decimales equivalentes a $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}$ y $\frac{3}{9}$.

b) Escriba las fracciones equivalentes a $0.\overline{4}$, $0.\overline{5}$ y $0.\overline{6}$.

c) ¿A qué es igual $0.\overline{9}$? Explique cómo determinó su respuesta.

Actividad en grupo

115. **Preferencias de diarios** El diagrama de Ven siguiente muestra los resultados de una encuesta aplicada a 45 personas. El diagrama muestra el número de personas en la encuesta que leen el *New York Post*, el *New York Daily News* y *The Wall Street Journal*.



a) Miembro 1 del grupo: Determine el número de encuestados que leen *ambos* diarios, el *News* y el *Post*, esto es, *News* ∩ *Post*.

b) Miembro 2 del grupo: Determine el número de quienes leen ambos diarios, el *Post* y el *Journal*, esto es, *Post* ∩ *Journal*.

c) Miembro 3 del grupo: Determine el número de quienes leen ambos diarios, el *News* y el *Journal*, esto es, *News* ∩ *Journal*.

d) Comparta sus respuestas con los otros miembros del grupo y vea si el grupo coincide con su respuesta.

e) Como grupo, determinen el número de personas que leen los tres diarios.

f) Como grupo, determinen el número de personas que no leen alguno de los tres diarios.

1.3 Propiedades y operaciones con los números reales

1. Evaluar valores absolutos
2. Sumar números reales
3. Restar números reales
4. Multiplicar números reales
5. Dividir números reales
6. Usar las propiedades de los números reales

Para tener éxito en álgebra, debe entender cómo sumar, restar, multiplicar y dividir números reales. Antes de poder explicar la suma y resta de números reales necesitamos estudiar el valor absoluto.

Dos números, en la recta numérica, que están a la misma distancia del cero pero en direcciones opuestas se denominan **inversos aditivos**, **opuestos** o **simétricos** uno del otro. Por ejemplo, 3 es el inverso aditivo de -3, y -3 es el inverso aditivo de 3. El número 0 es su propio inverso aditivo. La suma de un número y su inverso aditivo es 0. ¿Cuáles son los inversos aditivos de -56.3 y $\frac{76}{5}$? Sus inversos aditivos son 56.3 y $-\frac{76}{5}$, respectivamente. Observe que el inverso aditivo de un número positivo es un número negativo y el inverso aditivo de un número negativo es un número positivo.

Inverso aditivo

Para cualquier número real a, su inverso aditivo es $-a$.

Considere el número -5. Su inverso aditivo es $-(-5)$. Como sabemos que este número debe ser positivo, esto implica que $-(-5) = 5$. Éste es un ejemplo de la propiedad del doble negativo.

Propiedad del doble negativo

Para cualquier número real a, $-(-a) = a$.

Por la propiedad del doble negativo, $-(-7.4) = 7.4$ y $-\left(-\frac{12}{5}\right) = \frac{12}{5}$.

1 Evaluar valores absolutos

El **valor absoluto** de un número es su distancia, con respecto al 0, en una recta numérica. El símbolo | | se usa para denotar el valor absoluto.

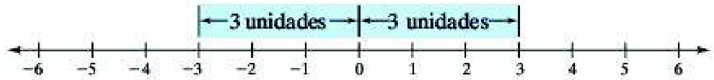


FIGURA 1.6

Considere los números 3 y −3 (**figura 1.6**). Ambos números están a 3 unidades del 0 en la recta numérica. Así,

$$|3| = 3 \quad \text{y} \quad |-3| = 3$$

EJEMPLO 1 Evalúe. **a)** $|7|$ **b)** $|-8.2|$ **c)** $|0|$

Solución

a) $|7| = 7$, ya que 7 está a 7 unidades del 0 en la recta numérica.

b) $|-8.2| = 8.2$, ya que -8.2 está a 8.2 unidades del cero en la recta numérica.

c) $|0| = 0$.

El valor absoluto de cualquier número distinto del cero siempre será un número positivo, y el valor absoluto del 0 es 0.

Para determinar el valor absoluto de un número real sin utilizar la recta numérica, use la definición siguiente.

Ahora resuelva el ejercicio 23

Valor absoluto

Si a representa cualquier número real, entonces

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

La definición de valor absoluto indica que el valor absoluto de cualquier número no negativo, es él mismo, y el valor absoluto de cualquier número negativo es el inverso aditivo (opuesto) del número. El valor absoluto de un número puede determinarse por medio de la definición, como se ilustra a continuación.

$|6.3| = 6.3$	Como 6.3 es mayor o igual a 0, su valor absoluto es 6.3.
$|0| = 0$	Como 0 no es mayor o igual a 0, su valor absoluto es 0.
$|-12| = -(-12) = 12$	Como -12 es menor que 0, su valor absoluto es $-(-12)$ o 12.

EJEMPLO 2 Evalúe por medio de la definición de valor absoluto.

a) $-|5|$ **b)** $-|-6.43|$

Solución

a) Tenemos que determinar el opuesto del valor absoluto de 5. Como el valor absoluto de 5 es positivo, su opuesto debe ser negativo.

$$-|5| = -(5) = -5$$

b) Debemos determinar el opuesto del valor absoluto de -6.43. Como el valor absoluto de -6.43 es positivo, su opuesto debe ser negativo.

$$-|-6.43| = -(6.43) = -6.43$$

Ahora resuelva el ejercicio 31

EJEMPLO 3 Inserte $<$, $>$ o $=$ en el área sombreada entre los dos valores para hacer que cada proposición sea verdadera.

a) $|8| \; \square \; |-8|$ **b)** $|-1| \; \square \; -|-3|$

Solución

a) Como $|8|$ y $|-8|$ son iguales a 8, tenemos $|8| = |-8|$.

b) Como $|-1| = 1$ y $-|-3| = -3$, tenemos $|-1| > -|-3|$.

Ahora resuelva el ejercicio 39

2 Sumar números reales

Primero estudiamos cómo sumar números con el mismo signo, ambos positivos o ambos negativos, y después estudiaremos cómo sumar dos números con signos diferentes, uno positivo y el otro negativo.

Para sumar dos números con el mismo signo (ambos positivos o ambos negativos)

Sume sus valores absolutos y coloque el signo común antes de la suma.

La suma de dos números positivos será un número positivo, y la suma de dos números negativos será un número negativo.

EJEMPLO 4 Evalúe $-4 + (-7)$.

Solución Como ambos números que se suman son negativos, la suma será negativa. Para determinar la suma, sume los valores absolutos de estos números y coloque un signo negativo antes del valor.

$$|-4| = 4 \qquad |-7| = 7$$

Ahora sume los valores absolutos.

$$|-4| + |-7| = 4 + 7 = 11$$

Como ambos números son negativos, la suma debe ser negativa. Así,

$$-4 + (-7) = -11$$

Ahora resuelva el ejercicio 55

Para sumar dos números con signos diferentes (uno positivo y el otro negativo)

Reste el valor absoluto menor del valor absoluto mayor. La respuesta tiene el signo del número con el valor absoluto más grande.

La suma de un número positivo y un número negativo puede ser positiva, negativa o cero. El signo de la respuesta será el mismo signo que el del número con mayor valor absoluto.

EJEMPLO 5 Evalúe $5 + (-9)$.

Solución Como los números que se suman son de signos opuestos, restamos el valor absoluto más pequeño del valor absoluto mayor. Primero tomamos cada valor absoluto.

$$|5| = 5 \qquad |-9| = 9$$

Ahora determinamos la diferencia, $9 - 5 = 4$. El número -9 tiene un valor absoluto mayor que el número 5, por lo que su suma es negativa.

$$5 + (-9) = -4$$

Ahora resuelva el ejercicio 53

EJEMPLO 6 Evalúe. **a)** $1.3 + (-2.7)$ **b)** $-\frac{7}{8} + \frac{5}{6}$

Solución

a) $1.3 + (-2.7) = -1.4$

b) Inicie escribiendo ambas fracciones con el menor denominador común, 24.

$$-\frac{7}{8} + \frac{5}{6} = -\frac{21}{24} + \frac{20}{24} = \frac{(-21) + 20}{24} = \frac{-1}{24} = -\frac{1}{24}$$

Ahora resuelva el ejercicio 59

EJEMPLO 7 **Profundidad de depresiones oceánicas** La depresión Palau en el Océano Pacífico se encuentra a 26,424 pies bajo el nivel del mar. La depresión con mayor profundidad, la depresión Mariana, es 9416 pies más profunda que la depresión Palau (vea la **figura 1.7**). Determine la profundidad de la depresión Mariana.

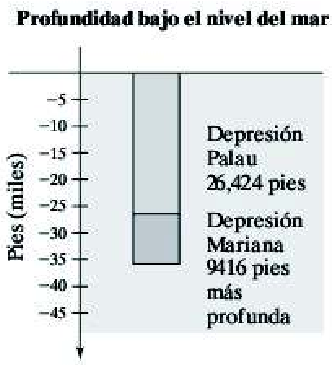


FIGURA 1.7

Solución Considere la distancia bajo el nivel del mar como negativa. Por lo tanto, la profundidad total es

$$-26{,}424 + (-9416) = -35{,}840 \text{ pies}$$

o 35,840 pies bajo el nivel del mar.

Ahora resuelva el ejercicio 137

3 Restar números reales

Todo problema de sustracción puede expresarse como un problema de suma por medio de la regla siguiente.

Resta de números reales

$$a - b = a + (-b)$$

Para restar b de a, sume el opuesto (o inverso aditivo) de b a a.

Por ejemplo, $5 - 7$ significa $5 - (+7)$. Para restar $5 - 7$, sume el opuesto de $+7$, que es -7, a 5.

$$5 - 7 = 5 + (-7)$$

restar positivo 7 sumar negativo 7

Como $5 + (-7) = -2$, entonces $5 - 7 = -2$.

EJEMPLO 8 Evalúe. **a)** $3 - 8$ **b)** $-6 - 4$

Solución **a)** $3 - 8 = 3 + (-8) = -5$ **b)** $-6 - 4 = -6 + (-4) = -10$

Ahora resuelva el ejercicio 89

EJEMPLO 9 Evalúe $8 - (-15)$.

Solución En este problema, restamos un número negativo. El procedimiento para restar permanece sin cambio.

$$8 - (-15) = 8 + 15 = 23$$

restar negativo 15 sumar positivo 15

Así, $8 - (-15) = 23$.

Ahora resuelva el ejercicio 91

Al estudiar el ejemplo 9 y problemas similares, podemos ver que para cualesquiera números reales a y b,

$$a - (-b) = a + b$$

Podemos utilizar este principio para evaluar problemas tales como $8 - (-15)$ y otros problemas en donde *restamos una cantidad negativa*.

Propiedad del doble negativo

$$-(-a) = a$$

EJEMPLO 10 Evalúe $-4 - (-11)$.

Solución $-4 - (-11) = -4 + 11 = 7$

Ahora resuelva el ejercicio 57

EJEMPLO 11 **a)** Reste 35 de -42 **b)** Reste $-\frac{3}{5}$ de $-\frac{5}{9}$.

Solución

a) $-42 - 35 = -77$

b) $-\frac{5}{9} - \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{5}{9} + \frac{3}{5} = -\frac{25}{45} + \frac{27}{45} = \frac{2}{45}$

Ahora resuelva el ejercicio 109

EJEMPLO 12 **Temperaturas extremas** La temperatura más alta registrada en Estados Unidos fue 134°F, que ocurrió en Greenland Ranch, California en el Valle de la Muerte el 10 de julio de 1913. La temperatura más baja registrada en Estados Unidos fue −79.8°F, que ocurrió en Prospect Creek Camp, Alaska, en las Montañas Endicott el 23 de enero de 1971 (vea la **figura 1.8**). Determine la diferencia entre estas dos temperaturas. *Fuente:* Sitio web Learning Network Internet.

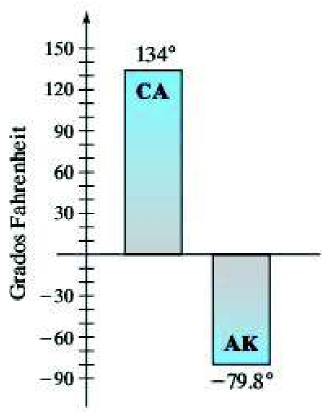


FIGURA 1.8

Solución Para determinar la diferencia, restamos.

$$134° - (-79.8°) = 134° + 79.8° = 213.8°$$

Ahora resuelva el ejercicio 135

Con frecuencia la suma y resta están combinadas en el mismo problema, como en los ejemplos siguientes. A menos que haya paréntesis, si la expresión sólo incluye sumas y restas, sumamos y restamos de izquierda a derecha. Cuando se utilizan paréntesis sumamos y restamos, primero dentro de los paréntesis. Después sumamos y restamos de izquierda a derecha.

EJEMPLO 13 Evalúe $-15 + (-37) - (5 - 9)$.

Solución

$$\begin{aligned} -15 + (-37) - (5 - 9) &= -15 + (-37) - (-4) \\ &= -15 - 37 + 4 \\ &= -52 + 4 = -48 \end{aligned}$$

Ahora resuelva el ejercicio 95

EJEMPLO 14 Evalúe $2 - |-3| + 4 - (6 - |-7|)$.

Solución Inicie reemplazando los números entre signos de valor absoluto con sus equivalentes numéricos, luego evalúe.

$$\begin{aligned} 2 - |-3| + 4 - (6 - |-7|) &= 2 - 3 + 4 - (6 - 7) \\ &= 2 - 3 + 4 - (-1) \\ &= 2 - 3 + 4 + 1 \\ &= -1 + 4 + 1 \\ &= 3 + 1 = 4 \end{aligned}$$

Ahora resuelva el ejercicio 69

4 Multiplicar números reales

Las reglas siguientes se emplean en la determinación del producto cuando se multiplican dos números.

Multiplicar dos números reales

1. Para multiplicar dos números con **signos iguales**, ambos positivos o ambos negativos, multiplique sus valores absolutos. La respuesta es **positiva**.
2. Para multiplicar dos números con **signos diferentes**, uno positivo y el otro negativo, multiplique sus valores absolutos. La respuesta es **negativa**.

EJEMPLO 15 ▸ Evalúe **a)** $(4.2)(-1.6)$ **b)** $(-18)\left(-\frac{1}{2}\right)$.

Solución

a) $(4.2)(-1.6) = -6.72$ Los números tienen signos diferentes.

b) $(-18)\left(-\frac{1}{2}\right) = 9$ Los números tienen signos iguales, ambos negativos.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 75

EJEMPLO 16 ▸ Evalúe $4(-2)(-3)(1)$.

Solución $4(-2)(-3)(1) = (-8)(-3)(1) = 24(1) = 24$

▸ Ahora resuelva el ejercicio 77

Cuando multiplicamos más de dos números, el producto será *negativo* cuando exista un número impar de números *negativos*. El producto será positivo cuando exista un número par de números negativos.

La propiedad del cero en la multiplicación indica que el producto de 0 y cualquier número es 0.

Propiedad del cero en la multiplicación

Para cualquier número a,

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$$

Por la propiedad anterior, $5(0) = 0$ y $(-7.3)(0) = 0$.

EJEMPLO 17 ▸ Evalúe $9(5)(-2.63)(0)(4)$.

Solución Si uno o más factores es 0, el producto es 0. Así, $9(5)(-2.63)(0)(4) = 0$. ¿Puede explicar por qué el producto de cualquier número de factores será igual a 0 si cualquier factor es 0?

▸ Ahora resuelva el ejercicio 111

5 Dividir números reales

Las reglas para la división de números reales son similares a las de la multiplicación de números reales.

Dividir dos números reales

1. Para dividir dos números con **signos iguales**, ambos positivos o ambos negativos, divida sus valores absolutos. La respuesta es **positiva**.
2. Para dividir dos números con **signos diferentes**, uno positivo y el otro negativo, divida sus valores absolutos. La respuesta es **negativa**.

EJEMPLO 18 ▸ Evalúe. **a)** $-24 \div 4$ **b)** $-6.45 \div (-0.4)$

Solución

a) $\dfrac{-24}{4} = -6$ *Los números tienen signos diferentes.*

b) $\dfrac{-6.45}{-0.4} = 16.125$ *Los números tienen signos iguales.*

▸ **Ahora resuelva el ejercicio 81**

EJEMPLO 19 ▸ Evalúe $\dfrac{-3}{8} \div \left|\dfrac{-2}{5}\right|$.

Solución Como $\left|\dfrac{-2}{5}\right|$ es igual a $\dfrac{2}{5}$, escribimos

$$\frac{-3}{8} \div \left|\frac{-2}{5}\right| = \frac{-3}{8} \div \frac{2}{5}$$

Ahora invertimos el divisor y procedemos como en la multiplicación.

$$\frac{-3}{8} \div \frac{2}{5} = \frac{-3}{8} \cdot \frac{5}{2} = \frac{-3 \cdot 5}{8 \cdot 2} = \frac{-15}{16} \text{ o } -\frac{15}{16}$$

▸ **Ahora resuelva el ejercicio 85**

Cuando el denominador de una fracción es un número negativo, por lo común reescribimos la fracción con un denominador positivo. Para hacerlo, usamos el hecho siguiente.

Signo de una fracción

Para cualquier número a y cualquier número b distinto de cero,

$$\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$$

Así, cuando tenemos un cociente de $\dfrac{1}{-2}$, lo reescribimos como $\dfrac{-1}{2}$ o $-\dfrac{1}{2}$.

6 Usar las propiedades de los números reales

Ya hemos analizado la propiedad del doble negativo y la propiedad del cero en la multiplicación. La **tabla 1.1** lista otras propiedades básicas para las operaciones de suma y multiplicación de números reales.

TABLA 1.1

Para números reales a, b y c	**Suma**	**Multiplicación**
Propiedad conmutativa	$a + b = b + a$	$ab = ba$
Propiedad asociativa	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(ab)c = a(bc)$
Propiedad de la identidad	$a + 0 = 0 + a = a$ (0 se elimina **elemento idéntico aditivo**)	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ (1 se denomina **elemento idéntico multiplicativo**)
Propiedad del inverso	$a + (-a) = (-a) + a = 0$ ($-a$ se denomina **inverso aditivo** u **opuesto** de a)	$a \cdot \dfrac{1}{a} = \dfrac{1}{a} \cdot a = 1$ ($1/a$ se denomina **inverso multiplicativo** o **recíproco** de a, $a \neq 0$)
Propiedad distributiva (de la multiplicación sobre la suma)	$a(b + c) = ab + ac$	

Observe que la propiedad conmutativa implica un cambio en el *orden*, y la propiedad asociativa implica un cambio en la *agrupación*.

La propiedad distributiva se aplica cuando hay más de dos números dentro de los paréntesis.

$$a(b + c + d + \cdots + n) = ab + ac + ad + \cdots + an$$

Esta forma desarrollada de la propiedad distributiva con frecuencia se denomina *propiedad distributiva extendida*. Sin embargo, cuando usemos la propiedad distributiva extendida sólo nos referiremos a ella como la propiedad distributiva.

EJEMPLO 20 ▸ Diga el nombre de cada propiedad que se ilustra.

a) $7 \cdot m = m \cdot 7$ **b)** $(a + 8) + 2b = a + (8 + 2b)$

c) $4s + 5t = 5t + 4s$ **d)** $2v(w + 3) = 2v \cdot w + 2v \cdot 3$

Solución

a) Propiedad conmutativa de la multiplicación: cambio de orden, $7 \cdot m = m \cdot 7$

b) Propiedad asociativa de la suma: cambio en la agrupación, $(a + 4) + 2b = a + (4 + 2b)$.

c) Propiedad conmutativa de la suma: cambio de orden, $4s + 5t = 5t + 4s$.

d) Propiedad distributiva: $2v(w + 3) = 2v \cdot w + 2v \cdot 3$

▸ Ahora resuelva el ejercicio 123

En el ejemplo 20 **d)** la expresión $2v \cdot w + 2v \cdot 3$ puede simplificarse a $2vw + 6v$, por medio de las propiedades de los números reales. ¿Puede explicar por qué?

EJEMPLO 21 ▸ Diga el nombre de cada propiedad que se ilustra.

a) $9 \cdot 1 = 9$ **b)** $x + 0 = x$

c) $4 + (-4) = 0$ **d)** $1(x + y) = x + y$

Solución

a) Propiedad del idéntico multiplicativo.

b) Propiedad del idéntico aditivo.

c) Propiedad del inverso aditivo.

d) Propiedad del idéntico multiplicativo.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 125

EJEMPLO 22 ▸ Escriba el inverso aditivo (u opuesto) y el inverso multiplicativo (o recíproco) de cada uno de los siguientes.

a) -3 **b)** $\frac{2}{3}$

Solución

a) El inverso aditivo es 3. El inverso multiplicativo es $\frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$.

b) El inverso aditivo es $-\frac{2}{3}$. El inverso multiplicativo es $\frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 131

CONJUNTO DE EJERCICIOS 1.3

MathXL® MyMathLab

Ejercicios de concepto/redacción

1. ¿Qué son los inversos aditivos u opuestos?
2. Proporcione un ejemplo de la propiedad del doble negativo.
3. ¿El valor absoluto de todo número real es un número positivo? Explique.
4. Dé la definición de valor absoluto.

En los ejercicios del 5 al 10, determine el o los números desconocidos. Explique cómo determinó su respuesta.

5. Todos los números a tales que $|a| = |-a|$.
6. Todos los números a tales que $|a| = a$.
7. Todos los números a tales que $|a| = 6$.
8. Todos los números a tales que $|a| = -a$.
9. Todos los números a tales que $|a| = -9$.
10. Todos los números x tales que $|x - 3| = |3 - x|$.
11. Explique cómo sumar dos números con signos iguales.
12. Explique cómo sumar dos números con signos diferentes.
13. Con sus palabras, explique cómo restar números reales.
14. Explique en qué se parecen las reglas para la multiplicación y la división de números reales.
15. Liste otras dos maneras en que puede escribirse la fracción $\frac{a}{-b}$.
16. a) Escriba la propiedad asociativa de la multiplicación.
 b) Explique la propiedad.
17. a) Escriba la propiedad conmutativa de la suma.
 b) Explique la propiedad.
18. a) Escriba la propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma.
 b) Explique la propiedad.
19. Por medio de un ejemplo, explique por qué la suma no es distributiva sobre la multiplicación. Esto es, explique por qué $a + (b \cdot c) \neq (a + b) \cdot (a + c)$.
20. Proporcione un ejemplo de la propiedad distributiva extendida.

Práctica de habilidades

Evalúe cada expresión con valor absoluto.

21. $|5|$
22. $|-8|$
23. $|-7|$
24. $|1.9|$
25. $\left|-\frac{7}{8}\right|$
26. $|-8.61|$
27. $|0|$
28. $-|1|$
29. $-|-7|$
30. $-|-\pi|$
31. $-\left|\frac{5}{9}\right|$
32. $-\left|-\frac{7}{15}\right|$

Inserte $<, >$, o $=$ en el área sombreada para hacer verdadera cada proposición.

33. $|-9| \;\square\; |9|$
34. $|-4| \;\square\; |6|$
35. $|-8| \;\square\; -8$
36. $|-10| \;\square\; -5$
37. $|-\pi| \;\square\; -3$
38. $-|-1| \;\square\; -1$
39. $|-7| \;\square\; -|2|$
40. $-|9| \;\square\; -|13|$
41. $-(-3) \;\square\; -|-3|$
42. $|-(-4)| \;\square\; -4$
43. $|19| \;\square\; |-25|$
44. $-|-1| \;\square\; |-2|$

Liste los valores de menor a mayor.

45. $-1, -2, |-3|, 4, -|5|$
46. $-8, -12, -|9|, -|20|, -|-18|$
47. $-32, |-7|, 15, -|4|, 4$
48. $\pi, -\pi, |-3|, -|-3|, -2, |-2|$
49. $-6.1, |-6.3|, -|-6.5|, 6.8, |6.4|$
50. $-2.1, -2, -2.4, |-2.8|, -|2.9|$
51. $\frac{1}{3}, \left|-\frac{1}{2}\right|, -2, \left|\frac{3}{5}\right|, \left|-\frac{3}{4}\right|$
52. $\left|-\frac{5}{2}\right|, \frac{3}{5}, |-3|, \left|-\frac{5}{3}\right|, \left|-\frac{2}{3}\right|$

Evalúe cada problema de suma y resta.

53. $7 + (-4)$
54. $-2 + 5$
55. $-12 + (-10)$
56. $-2.18 - 3.14$
57. $-9 - (-5)$
58. $-12 - (-4)$
59. $\frac{4}{5} - \frac{6}{7}$
60. $-\frac{5}{12} - \left(-\frac{7}{8}\right)$
61. $-14.21 - (-13.22)$
62. $-1 - \frac{7}{16}$
63. $10 - (-2.31) + (-4.39)$
64. $-|7.31| - (-3.28) + 5.76$
65. $9.9 - |8.5| - |17.6|$
66. $|11 - 4| - 8$
67. $|17 - 12| - |3|$
68. $|12 - 5| - |5 - 12|$
69. $-|-3| - |7| + (6 + |-2|)$
70. $|-4| - |-4| - |-4 - 4|$
71. $\left(\frac{3}{5} + \frac{3}{4}\right) - \frac{1}{2}$
72. $\frac{4}{5} - \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right)$

Evalúe cada problema de multiplicación y división.

73. $-5\cdot 8$ **74.** $(-9)(-3)$ **75.** $-4\left(-\frac{5}{16}\right)$ **76.** $-4\left(-\frac{3}{4}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)$

77. $(-1)(-2)(-1)(2)(-3)$ **78.** $(-2.1)(-7.8)(-9.1)$ **79.** $(-1.1)(3.4)(8.3)(-7.6)$ **80.** $-16 \div 8$

81. $-55 \div (-5)$ **82.** $-4 \div \left(-\frac{1}{4}\right)$ **83.** $-\frac{5}{9} \div \frac{-5}{9}$ **84.** $\left|-\frac{1}{2}\right|\cdot\left|\frac{-3}{4}\right|$

85. $\left(-\frac{3}{4}\right) \div |-16|$ **86.** $\left|\frac{3}{8}\right| \div (-4)$ **87.** $\left|\frac{-7}{6}\right| \div \left|\frac{-1}{2}\right|$ **88.** $\frac{-5}{9} \div |-5|$

Evalúe.

89. $10 - 14$ **90.** $-12 - 15$ **91.** $7 - (-13)$

92. $-\frac{1}{8} + \left(-\frac{1}{16}\right)$ **93.** $3\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{5}{2}\right)$ **94.** $(-3.2)(4.9)(-2.73)$

95. $-14.4 - (-9.6) - 15.8$ **96.** $(1.32 - 2.76) - (-3.85 + 4.28)$ **97.** $9 - (6 - 5) - (-2 - 1)$

98. $(4.2)(-1)(-9.6)(3.8)$ **99.** $-|12|\cdot\left|\frac{-1}{2}\right|$ **100.** $-\left|\frac{-24}{5}\right|\cdot\left|\frac{3}{8}\right|$

101. $\left|\frac{-9}{4}\right| \div \left|\frac{-4}{9}\right|$ **102.** $(-|3| + |5|) - (1 - |-9|)$ **103.** $5 - |-7| + 3 - |-2|$

104. $\left(\frac{3}{8} - \frac{4}{7}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right)$ **105.** $\left(-\frac{3}{5} - \frac{4}{9}\right) - \left(-\frac{2}{3}\right)$ **106.** $(|-4| - 3) - (3\cdot|-5|)$

107. $(25 - |32|)(-7 - 4)$ **108.** $\left[(-2)\left|-\frac{1}{2}\right|\right] \div \left|-\frac{1}{4}\right|$ **109.** Reste 29 de -10.

110. Reste $-\frac{1}{2}$ de $-\frac{2}{3}$. **111.** $7(3)(0)(-15.2)$ **112.** $16(-5)(-10)(0)$

Diga el nombre de cada propiedad ilustrada.

113. $r + s = s + r$ **114.** $5(v + w) = 5v + 5w$

115. $b\cdot 0 = 0$ **116.** $c\cdot d = d\cdot c$

117. $(x + 3) + 6 = x + (3 + 6)$ **118.** $x + 0 = x$

119. $x = 1\cdot x$ **120.** $x(y + z) = xy + xz$

121. $2(xy) = (2x)y$ **122.** $(2x\cdot 3y)\cdot 4y = 2x\cdot(3y\cdot 4y)$

123. $4(x + y + 2) = 4x + 4y + 8$ **124.** $-(-1) = 1$

125. $5 + 0 = 5$ **126.** $4\cdot\frac{1}{4} = 1$

127. $3 + (-3) = 0$ **128.** $(x + y) = 1(x + y)$

129. $-(-x) = x$ **130.** $x + (-x) = 0$

Liste el inverso aditivo y el inverso multiplicativo para cada problema.

131. 6 **132.** -13 **133.** $-\frac{22}{7}$ **134.** $-\frac{3}{5}$

Resolución de problemas

135. Cambio de temperatura El cambio de temperatura más raro de acuerdo con el libro de récord mundiales *Guinness*, ocurrió de las 7:30 A.M. a las 7:32 A.M. el 22 de enero de 1943, en Spearfish, Dakota del Sur. Durante estos dos minutos la temperatura cambio de -4°F a 45°F. Determine el aumento en la temperatura en estos dos minutos.

136. Documental Gold Durante la producción del documental *Gold*, el equipo experimentó drásticos cambios en la temperatura. En una mina de oro en Sudáfrica, 3 millas bajo la superficie de la tierra, la temperatura fue de 140°F. En una montaña próxima a Cuzco, Perú, la temperatura fue de 40°F. Determine la diferencia en temperaturas entre estos dos escenarios de filmación. *Fuente:* sitio web del canal History.

137. Inmersión de un submarino Un submarino se sumerge 358.9 pies. Poco después el submarino sube 210.7 pies. Determine la profundidad final del submarino con respecto a su punto inicial. (Considere la distancia hacia abajo como negativa).

138. Cuenta de cheques Sharon Koch tenía un saldo de $-\$32.64$ en su cuenta de cheques cuando depositó un cheque por \$99.38. ¿Cuál es su nuevo saldo?

139. Temperaturas extremas La temperatura más baja registrada en Estados Unidos fue -79.8°F el 23 de enero de 1971, en Prospect Creek, Alaska. La temperatura más baja en estados colindantes (todos los estados excepto Alaska y Hawai) fue -69.7° F el 20 de enero de 1954, en Rogers Pass, Montana. Determine la diferencia entre estas temperaturas.

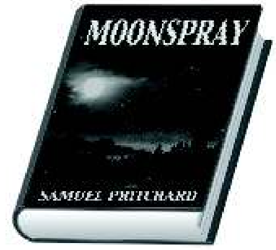
140. Impuestos estimados En 2006, Joanne Beebe realizó cuatro pagos trimestrales, de \$3,000 cada uno, sobre los impuestos estimados. Cuando ella llenó los formatos de impuestos sobre los ingresos del año 2006, encontró que su impuesto total fue de \$10,125.

a) ¿Joanne tendrá derecho a un reembolso o deberá más impuestos? Explique.

b) ¿Cuánto recibirá de reembolso o cuánto deberá de impuestos?

141. Precios de acciones Ron Blackwood compró 100 acciones de Home Depot en \$30.30 por acción. Seis meses después, Ron vendió las 100 acciones a un precio de \$42.37 por acción. ¿Cuál fue la ganancia o pérdida total de Ron en esta transacción?

142. Contrato editorial Samuel Pritchard firmó un contrato con una compañía editora que otorgó un pago por adelantado de \$60,000 sobre la venta de su libro *Moon Spray*. Cuando el libro se publique y empiecen las ventas, los editores deducirán automáticamente este adelanto de las regalías del autor.



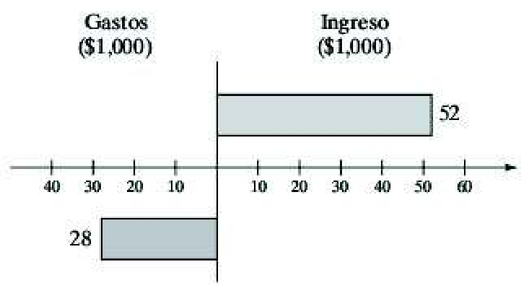
a) Seis meses después de la puesta en venta del libro, las regalías del autor totalizaron \$47,600 antes de deducir el adelanto. Determine cuánto dinero el autor recibirá o deberá al editor.

b) Después de un año, las regalías son de \$87,500. Determine cuánto dinero recibirá o deberá el autor a la editorial.

143. Redacte su propio problema realista que implique la resta de un número positivo de un número negativo. Indique la respuesta de su problema.

144. Redacte su propio problema realista que implique la resta de un número negativo de otro número negativo. Indique la respuesta de su problema.

145. Pequeñas empresas Los gastos promedio el primer año y los ingresos promedio el primer año, de pequeñas empresas que inician, se muestra en la siguiente gráfica de barras. Estime la utilidad promedio el primer año, restando los gastos promedio del primer año del ingreso promedio del primer año.



Retos

146. Evalúe $1 - 2 + 3 - 4 + \cdots + 99 - 100$. (*Sugerencia:* Agrupe en parejas de dos números).

147. Evalúe $1 + 2 - 3 + 4 + 5 - 6 + 7 + 8 - 9 + 10 + 11 - 12 + \cdots + 22 + 23 - 24$.
(*Sugerencia:* Examine en grupos de tres números).

148. Evalúe $\dfrac{(1)\cdot|-2|\cdot(-3)\cdot|4|\cdot(-5)}{|-1|\cdot(-2)\cdot|-3|\cdot(4)\cdot|-5|}$.

149. Evalúe $\dfrac{(1)(-2)(3)(-4)(5)\cdots(97)(-98)}{(-1)(2)(-3)(4)(-5)\cdots(-97)(98)}$.

Ejercicios de repaso acumulativo

[1.2] **150.** Responda verdadero o falso: Todo número racional es un número real.

151. Liste el conjunto de los números naturales.

152. Considere el conjunto $\left\{3, 4, -2, \frac{5}{6}, \sqrt{11}, 0\right\}$. Liste los elementos que son

a) números enteros,

b) números racionales,

c) números irracionales,

d) números reales.

153. $A = \{4, 7, 9, 12\}$; $B = \{1, 4, 7, 15\}$. Determine

a) $A \cup B$

b) $A \cap B$

154. Ilustre $\{x| -4 < x \leq 5\}$ en una recta numérica.

1.4 Orden de las operaciones

1 Evaluar expresiones exponenciales
2 Evaluar raíces cuadradas y raíces de orden superior
3 Evaluar expresiones por medio del orden de las operaciones
4 Evaluar expresiones que contengan variables
5 Evaluar expresiones en una calculadora graficadora

Antes de estudiar el orden de las operaciones, necesitamos hablar brevemente acerca de los exponentes y las raíces. Estudiaremos los exponentes con mayor profundidad en las secciones 1.5 y 7.2.

1 Evaluar expresiones exponenciales

En un problema de multiplicación, los números o expresiones que se multiplican se denominan **factores**. Si $a \cdot b = c$, entonces a y b son factores de c. Por ejemplo, como $2 \cdot 3 = 6$, entonces 2 y 3 son factores de 6. El número 1 es un factor de todo número y expresión. ¿Puede explicar por qué?

La cantidad 3^2 se denomina **expresión exponencial**. En la expresión, al 3 se le llama **base** y al 2 se le denomina **exponente**. La expresión 3^2 se lee "tres al cuadrado" o "tres a la segunda potencia". Observe que

$$3^2 = \underbrace{3 \cdot 3}_{\text{2 factores 3}}$$

La expresión 5^3 se lee "cinco al cubo" o "cinco a la tercera potencia". Observe que

$$5^3 = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5}_{\text{3 factores 5}}$$

En general, la base b a la n-ésima potencia se escribe b^n. Para cualquier número natural n

$$b^n = \underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot \cdots \cdot b}_{n \text{ factores } b}$$

Observe que 0^0 está *indefinido*.

EJEMPLO 1 ▸ Evalúe. **a)** $(0.5)^3$ **b)** $(-3)^5$ **c)** 1^{27} **d)** $\left(-\frac{4}{7}\right)^3$

Solución

a) $(0.5)^3 = (0.5)(0.5)(0.5) = 0.125$

b) $(-3)^5 = (-3)(-3)(-3)(-3)(-3) = -243$

c) $1^{25} = 1$; 1 elevado a cualquier potencia será igual a 1. ¿Por qué?

d) $\left(-\frac{4}{7}\right)^3 = \left(-\frac{4}{7}\right)\left(-\frac{4}{7}\right)\left(-\frac{4}{7}\right) = -\frac{64}{343}$

▸ Ahora resuelva el ejercicio 19

Sugerencia útil *Consejo de estudio*

Sea cuidadoso cuando escriba o copie exponentes. Como los exponentes son pequeños es muy fácil escribir o copiar un exponente y luego más tarde no reconocer lo que ha escrito. Algunos exponentes que se pueden confundir con facilidad, si no se escriben con claridad, son 1 y 7, 2 y 3, 3 y 5, 4 y 9, 5 y 6 y 5 y 8.

No es necesario escribir exponentes de 1. Siempre que encuentre un valor numérico o una variable sin un exponente, suponga que tiene un exponente de 1. Así, 3 significa 3^1, x significa x^1, x^3y significa x^3y^1 y $-xy$ significa $-x^1y^1$.

Con frecuencia los estudiantes evalúan de manera incorrecta expresiones que incluyen $-x^2$. La expresión $-x^2$ significa $-(x^2)$, no $(-x)^2$. Observe que -5^2 significa $-(5^2) = -(5 \cdot 5) = -25$, mientras que $(-5)^2$ significa $(-5)(-5) = 25$. *En general,* $-x^m$ significa $-(x^m)$, no $(-x)^m$. La expresión $-x^2$ se lee *negativo de x al cuadrado* o *el opuesto de* x^2. La expresión $(-x)^2$ se lee *el cuadrado del negativo de x.*

EJEMPLO 2 Evalúe $-x^2$ para cada valor de x. **a)** 6 **b)** -6.

Solución

a) $-x^2 = -(6)^2 = -36$

b) $-x^2 = -(-6)^2 = -(36) = -36$

Ahora resuelva el ejercicio 41

EJEMPLO 3 Evalúe $-5^2 + (-5)^2 - 4^3 + (-4)^3$.

Solución Primero, evaluamos cada expresión exponencial. Luego sumamos o restamos, trabajando de izquierda a derecha.

$$\begin{aligned}-5^2 + (-5)^2 - 4^3 + (-4)^3 &= -(5^2) + (-5)^2 - (4^3) + (-4)^3 \\ &= -25 + 25 - 64 + (-64) \\ &= -25 + 25 - 64 - 64 \\ &= -128\end{aligned}$$

Ahora resuelva el ejercicio 59

CÓMO UTILIZAR SU CALCULADORA **Evaluación de expresiones exponenciales en una calculadora científica y en una calculadora graficadora**

En las calculadoras científicas y en las graficadoras puede usarse la tecla $\boxed{x^2}$ para elevar un número al cuadrado. A continuación mostramos la secuencia de teclas a pulsar para evaluar 5^2.

Calculadora científica: $5\ \boxed{x^2}\ 25$ ← respuesta que se muestra

Calculadora graficadora: $5\ \boxed{x^2}\ \boxed{\text{ENTER}}\ 25$ ← respuesta que se muestra

Para evaluar expresiones exponenciales con otros exponentes, puede utilizar la tecla $\boxed{y^x}$ o $\boxed{\wedge}$ La mayoría de las calculadoras científicas tienen una tecla* $\boxed{y^x}$, mientras que las calculadoras graficadoras utilizan la tecla $\boxed{\wedge}$ Para evaluar expresiones exponenciales por medio de estas teclas, primero introduzca la base, luego presione la tecla $\boxed{y^x}$ o $\boxed{\wedge}$, y después introduzca el exponente. Por ejemplo, para evaluar 6^4 procedemos como sigue:

Calculadora científica $6\ \boxed{y^x}\ 4\ \boxed{=}\ 1296$ ← respuesta que se muestra

Calculadora graficadora: $6\ \boxed{\wedge}\ 4\ \boxed{\text{ENTER}}\ 1296$ ← respuesta que se muestra

*Algunas calculadoras tienen las teclas $\boxed{x^y}$ o $\boxed{a^b}$ en lugar de la tecla $\boxed{y^x}$.

2 Evaluar raíces cuadradas y raíces de orden superior

El símbolo que se usa para indicar una raíz, $\sqrt{\ }$, se denomina **signo radical**. El número o expresión dentro del signo radical se llama **radicando**. En $\sqrt{25}$, el radicando es 25. La **raíz cuadrada principal o positiva** de un número positivo a, escrita $\sqrt{a}$, es el número positivo que cuando se multiplica por él mismo da a. Por ejemplo, la raíz cuadrada principal de 4 es 2, se escribe $\sqrt{4} = 2$, ya que $2 \cdot 2 = 4$. En general, $\sqrt{a} = b$ si $b \cdot b = a$. Siempre que usemos las palabras *raíz cuadrada*, estaremos haciendo referencia a la "raíz cuadrada principal".

EJEMPLO 4 Evalúe. **a)** $\sqrt{25}$ **b)** $\sqrt{\frac{81}{4}}$ **c)** $\sqrt{0.64}$ **d)** $-\sqrt{49}$

Solución

a) $\sqrt{25} = 5$, ya que $5 \cdot 5 = 25$.

b) $\sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2}$, ya que $\frac{9}{2} \cdot \frac{9}{2} = \frac{81}{4}$.

c) $\sqrt{0.64} = 0.8$, ya que $(0.8)(0.8) = 0.64$.

d) $-\sqrt{49}$ significa $-(\sqrt{49})$. Determinamos que $\sqrt{49} = 7$, ya que $7 \cdot 7 = 49$. Por lo tanto, $-\sqrt{49} = -7$.

Ahora resuelva el ejercicio 21

La raíz cuadrada de 4, $\sqrt{4}$, es un número racional ya que es igual a 2. Las raíces cuadradas de otros números como $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ y $\sqrt{5}$, son números irracionales. Los valores decimales de tales números nunca pueden darse con exactitud, ya que los números irracionales son números decimales no periódicos. El valor aproximado de $\sqrt{2}$ y de otros números irracionales puede determinarse con una calculadora.

$$\sqrt{2} \approx 1.414213562 \quad \text{En una calculadora}$$

En esta sección introducimos las raíces cuadradas; las raíces cúbicas, simbolizadas por $\sqrt[3]{\ }$; y raíces de orden superior. El número utilizado para indicar la raíz se denomina **índice**.

$$\overset{\text{índice} \searrow \quad \swarrow \text{signo radical}}{\sqrt[n]{a}} \longleftarrow \text{radicando}$$

El índice de una raíz cuadrada es 2. Sin embargo, por lo general no se escribe el índice. Por lo tanto, $\sqrt{a} = \sqrt[2]{a}$.

El concepto usado para explicar raíces cuadradas puede ampliarse para explicar raíces cúbicas y raíces de orden superior. La raíz cúbica de un número a se escribe $\sqrt[3]{a}$.

$$\sqrt[3]{a} = b \quad \text{si} \quad \underbrace{b \cdot b \cdot b}_{3 \text{ factores } b} = a$$

Por ejemplo, $\sqrt[3]{8} = 2$, ya que $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$. La expresión $\sqrt[n]{a}$ se lee "raíz n-ésima de a".

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \text{si} \quad \underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot \cdots \cdot b}_{n \text{ factores } b} = a$$

EJEMPLO 5 Evalúe. **a)** $\sqrt[3]{125}$ **b)** $\sqrt[4]{81}$ **c)** $\sqrt[5]{32}$

Solución

a) $\sqrt[3]{125} = 5$, ya que $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

b) $\sqrt[4]{81} = 3$, ya que $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$

c) $\sqrt[5]{32} = 2$, ya que $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

Ahora resuelva el ejercicio 25

EJEMPLO 6 Evalúe. **a)** $\sqrt[4]{256}$ **b)** $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$ **c)** $\sqrt[3]{-8}$ **d)** $-\sqrt[3]{8}$

Solución

a) $\sqrt[4]{256} = 4$, ya que $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$.

b) $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$, ya que $\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{27}$.

c) $\sqrt[3]{-8} = -2$, ya que $(-2)(-2)(-2) = -8$.

d) $-\sqrt[3]{8}$ significa $-(\sqrt[3]{8})$. Determinamos que $\sqrt[3]{8} = 2$, ya que $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$. Por lo tanto, $-\sqrt[3]{8} = -2$.

Ahora resuelva el ejercicio 27

Observe que en el ejemplo 6 **c)** la raíz cúbica de un número negativo es negativa. ¿Por qué sucede esto? Analizaremos los radicales con mayor detalle en el capítulo 7.

CÓMO UTILIZAR SU CALCULADORA Evaluación de raíces en una calculadora científica

Las raíces cuadradas de números pueden determinarse en una calculadora con la tecla de raíz cuadrada, $\boxed{\sqrt{x}}$. Para evaluar $\sqrt{25}$ en la mayoría de las calculadoras que tienen esta tecla, presione.

$$25 \ \boxed{\sqrt{x}} \ \underbrace{5}_{\text{respuesta mostrada}}$$

Raíces de orden superior pueden determinarse en calculadoras que tienen la tecla $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ o la tecla* $\boxed{y^x}$. Para evaluar $\sqrt[4]{625}$ en una calculadora con la tecla $\boxed{\sqrt[x]{y}}$, haga lo siguiente:

$$625 \ \boxed{\sqrt[x]{y}} \ 4 \ \boxed{=} \ \underbrace{5}_{\text{respuesta mostrada}}$$

Observe que el número dentro del signo radical (el radicando), 625, se introduce, luego se presiona la tecla $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ y después se introduce la raíz (o índice) 4. Cuando se presiona la tecla $\boxed{=}$, aparece la respuesta 5.

Para evaluar $\sqrt[4]{625}$ en una calculadora con la tecla $\boxed{y^x}$, utilice la tecla "inverso" como sigue:

$$625 \ \boxed{\text{INV}} \ \boxed{y^x} \ 4 \ \boxed{=} \ \underbrace{5}_{\text{respuesta mostrada}}$$

* Las teclas de las calculadoras varían. Algunas tienen las teclas $\boxed{x^y}$ o $\boxed{a^b}$ en lugar de la tecla $\boxed{y^x}$ y algunas calculadoras tienen una tecla $\boxed{2^{\text{nd}}}$ o $\boxed{\text{shift}}$ en lugar de la tecla $\boxed{\text{INV}}$.

CÓMO UTILIZAR SU CALCULADORA GRAFICADORA Evaluación de raíces en una calculadora graficadora

Para determinar la raíz cuadrada en una calculadora graficadora, use $\sqrt{\ }$. El símbolo $\sqrt{\ }$ aparece arriba de la tecla $\boxed{x^2}$, así que usted necesitará presionar la tecla $\boxed{2^{\text{nd}}}$ para evaluar las raíces cuadradas. Por ejemplo, para evaluar $\sqrt{25}$ presione

$$\boxed{2^{\text{nd}}} \ \boxed{x^2} \ 25 \ \boxed{\text{ENTER}} \ 5 \longleftarrow \text{respuesta mostrada}$$

Cuando presiona $\boxed{2^{\text{nd}}}\boxed{x^2}$, la Texas Instruments TI-84 Plus genera $\boxed{\text{ENTER}}$. (Luego inserte el radicando, después el paréntesis derecho y presione $\sqrt{\ }$.) Para aprender cómo encontrar raíces cúbicas y superiores, consulte el manual de su calculadora graficadora. Con la TI-84 Plus, puede usar la tecla $\boxed{\text{MATH}}$. Cuando presione esta tecla obtendrá varias opciones incluyendo la 4 y la 5, que se muestran a continuación.

$$4: \sqrt[3]{\ }(\qquad 5: \sqrt[x]{y}$$

La opción 4 puede usarse para determinar las raíces cúbicas y la opción 5 para determinar raíces superiores, como se muestra en los ejemplos siguientes.

EJEMPLO Evalúe $\sqrt[3]{120}$.

Solución

$$\boxed{\text{MATH}} \ \underbrace{4}_{\substack{\text{seleccionar}\\ \text{opción 4}}} \ \underbrace{120}_{\substack{\text{ingresar}\\ \text{el radicando}}} \ \boxed{)} \ \boxed{\text{ENTER}} \ \underbrace{4.932424149}_{\text{respuesta mostrada}}$$

(continúa en la página siguiente)

Para encontrar la raíz con un índice mayor que 3, primero introduzca el índice, luego presione la tecla $\boxed{\text{MATH}}$ y después presione la opción 5.

EJEMPLO Evalúe $\sqrt[4]{625}$.

Solución

$$\underbrace{4}_{\text{índice}}\ \boxed{\text{MATH}}\ \underbrace{5}_{\substack{\text{seleccionar}\\ \text{opción}}}\ \underbrace{625}_{\substack{\text{ingresar}\\ \text{radicando}}}\ \boxed{)}\ \boxed{\text{ENTER}}\ \overbrace{5}^{\text{respuesta mostrada}}$$

En la sección 7.2 mostraremos otra forma de determinar raíces en una calculadora graficadora, cuando estudiemos exponentes racionales.

3 Evaluar expresiones por medio del orden de las operaciones

Con frecuencia tendremos que evaluar expresiones que tienen varias operaciones. Para hacerlo, siga el **orden (o jerarquía) de las operaciones** indicado a continuación.

Orden de las operaciones

Para evaluar expresiones matemáticas, observe el orden siguiente:

1. Primero, evalúe las expresiones dentro de símbolos de agrupación, como son paréntesis ( ), corchetes [ ], llaves { } y valor absoluto | |. Si la expresión contiene símbolos de agrupación anidados (una pareja de símbolos de agrupación dentro de otro par), primero evalúe las expresiones dentro de los símbolos de agrupación más internos.
2. Después, evalúe todos los términos que tengan exponentes y raíces.
3. A continuación, evalúe todas las multiplicaciones y divisiones, en el orden en que aparezcan, trabajando de izquierda a derecha.
4. Por último, evalúe todas las sumas y restas en el orden en que aparezcan, trabajando de izquierda a derecha.

Debe notarse que una barra de fracción actúa como un símbolo de agrupación. Así, al evaluar expresiones que tienen una barra de fracción, trabajamos de forma separada arriba y abajo de la barra de fracción.

Con frecuencia, los corchetes se usan en lugar de paréntesis para evitar alguna confusión. Por ejemplo, la expresión $7((5\cdot 3) + 6)$ es más fácil de seguir cuando se escribe $7[(5\cdot 3) + 6]$. Recuerde evaluar primero el grupo más interno.

EJEMPLO 7 ▸ Evalúe $6 + 3\cdot 5^2 - 10$.

Solución Usaremos el sombreado para indicar el orden en que se evalúan las operaciones. Como no hay paréntesis, primero evaluamos 5^2.

$$6 + 3\cdot 5^2 - 10 = 6 + 3\cdot 25 - 10$$

Después, realizamos las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha.

$$= 6 + 75 - 10$$

Por último, realizamos las sumas y restas de izquierda a derecha.

$$= 81 - 10$$
$$= 71$$

▸ Ahora resuelva el ejercicio 67

EJEMPLO 8 Evalúe $10 + \{6 - [4(5 - 2)]\}^2$.

Solución Primero, evalúe la expresión dentro de los paréntesis más internos. Luego continúe de acuerdo con el orden de las operaciones.

$$\begin{aligned} 10 + \{6 - [4(5 - 2)]\}^2 &= 10 + \{6 - [4(3)]\}^2 \\ &= 10 + [6 - (12)]^2 \\ &= 10 + (-6)^2 \\ &= 10 + 36 \\ &= 46 \end{aligned}$$

Ahora resuelva el ejercicio 77

EJEMPLO 9 Evalúe $\dfrac{6 \div \frac{1}{2} + 5|7 - 3|}{1 + (3 - 5) \div 2}$.

Solución Recuerde que la barra de fracción actúa como un símbolo de agrupación. Trabaje de manera separada arriba y abajo de la barra de fracción.

$$\begin{aligned} \frac{6 \div \frac{1}{2} + 5|7 - 3|}{1 + (3 - 5) \div 2} &= \frac{6 \div \frac{1}{2} + 5|4|}{1 + (-2) \div 2} \\ &= \frac{12 + 20}{1 + (-1)} \\ &= \frac{32}{0} \end{aligned}$$

Como la división entre cero no es posible, la expresión original **no está definida**.

Ahora resuelva el ejercicio 83

4 Evaluar expresiones que contengan variables

Para evaluar expresiones matemáticas, usamos el orden de las operaciones que se acaban de dar. El ejemplo 10 es un problema de aplicación en el que usamos el orden de las operaciones.

EJEMPLO 10 **Remedios alternos** La frustración con la medicina tradicional ha llevado a los estadounidenses a intentar remedios alternos, tales como vitaminas, hierbas y otros suplementos disponibles sin una prescripción médica. Las ventas aproximadas de tales suplementos entre 1997 y 2004, en miles de millones de dólares, puede estimarse por medio de la ecuación

$$\text{ventas} = -0.063x^2 + 1.62x + 9.5$$

donde x representa años desde 1997. En la expresión del lado derecho del signo de igualdad, sustituya 1 por x para estimar las ventas de suplementos en 1998, 2 por x para estimar las ventas de suplementos en 1999, y así sucesivamente.

Estime las ventas de suplementos durante **a)** 1998 y **b)** 2002.

Solución

a) Sustituiremos 1 por x para estimar las ventas de suplementos en 1998.

$$\begin{aligned} \text{ventas} &= -0.063x^2 + 1.62x + 9.5 \\ &= -0.063(1)^2 + 1.62(1) + 9.5 \\ &= -0.063 + 1.62 + 9.5 \\ &= 11.057 \end{aligned}$$

Por lo tanto, en 1998 las ventas de suplementos en Estados Unidos fueron de alrededor de $11.057 miles de millones.

b) El año 2002 corresponde al número 5. Podemos obtener el 5 restando 1997 de 2002. Por lo tanto, para estimar las ventas de suplementos en 2002, sustituimos 5 por x en la ecuación.

$$\begin{aligned} \text{ventas} &= -0.063x^2 + 1.62x + 9.5 \\ &= -0.063(5)^2 + 1.62(5) + 9.5 \\ &= -0.063(25) + 8.1 + 9.5 \\ &= 16.025 \end{aligned}$$

La respuesta es razonable: Con base en la información dada esperábamos ver un aumento. En 2002, las ventas de suplementos en Estados Unidos fueron de alrededor de \$16.025 miles de millones.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 121

EJEMPLO 11 ▸ Evalúe $-x^3 - xy - y^2$ cuando $x = -2$ y $y = 5$.

Solución Sustituya -2 por cada x y 5 por cada y en la expresión. Después evalúe.

$$\begin{aligned} -x^3 - xy - y^2 &= -(-2)^3 - (-2)(5) - (5)^2 \\ &= -(-8) - (-10) - 25 \\ &= 8 + 10 - 25 \\ &= -7 \end{aligned}$$

▸ Ahora resuelva el ejercicio 101

5 Evaluar expresiones en una calculadora graficadora

A lo largo de este libro, el material presentado en **calculadoras graficadoras** (o graficadoras) con frecuencia reforzará los conceptos presentados. Por tanto, incluso si no tiene o no utiliza una calculadora graficadora, debe leer el material relativo a las calculadoras graficadoras siempre que aparezca. Puede darse cuenta que realmente le ayudan a comprender los conceptos. Alguna parte de la información de las calculadoras graficadoras se dará como texto común, y otra se proveerá en los recuadros Cómo usar su calculadora graficadora, tal como el de la página 31.

La información presentada en este libro no significa reemplazar el manual que viene con su calculadora graficadora. Por las limitaciones de espacio en este libro, el manual de su calculadora graficadora puede proporcionarle información más detallada de algunas tareas analizadas. Su manual también ilustrará muchos otros usos para su calculadora graficadora más allá de lo que estudiamos en este curso. La secuencia de teclas para usarlas varía de una calculadora a otra. Cuando ilustremos secuencias de teclas y pantallas, serán para las calculadoras Texas Instruments TI-83 Plus y TI-84 Plus. Aunque las pantallas y secuencias de teclas son las mismas para las Texas Instruments TI-83 Plus y TI-84 Plus, durante los análisis nos referiremos a la TI-84 Plus. *Le sugerimos que lea cuidadosamente el manual que viene con su calculadora* graficadora *para determinar la secuencia de teclas a usar para realizar tareas específicas.*

Muchas calculadoras graficadoras pueden almacenar una expresión (o ecuación) y luego evaluar la expresión para diferentes valores de la variable o variables sin tener que reintroducir la expresión cada vez. Esto es muy valioso en cursos de matemáticas y de ciencias. Por ejemplo, cuando grafiquemos en el capítulo 3, necesitaremos evaluar una expresión para varios valores de la variable.

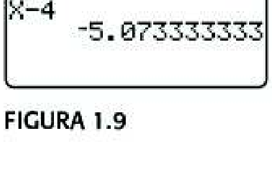


FIGURA 1.9

La **figura 1.9** muestra la pantalla de una calculadora graficadora TI-84 Plus que muestra la expresión $\frac{2}{3}x^2 + 2x - 4$ al ser evaluada para $x = 6$ y $x = -2.3$.

En la pantalla de esta calculadora, $6 \rightarrow X$ muestra que asignamos el valor 6 a X. La expresión a ser evaluada, $(2/3)X^2 + 2X - 4$, se muestra después de los dos puntos. El 32 que se muestra a la derecha de la pantalla (o ventana) es el valor de la expresión cuando $X = 6$. En la siguiente línea, en el lado izquierdo de la pantalla, vemos $-2.3 \rightarrow X$, que muestra que un valor de -2.3 se ha asignado a X. Vemos que el valor de la expresión es -5.073333333 cuando $X = -2.3$. Después que ha introducido la expresión a evaluar no es necesario volver a hacerlo para evaluarla para un valor diferente de la variable. Lea el manual de su calculadora graficadora para aprender cómo evaluar una expresión para diferentes valores de la variable sin tener que reintroducir la expresión cada vez. En la TI-84 Plus, después de evaluar una expresión para un valor de la variable, puede presionar $\boxed{2^{\text{nd}}}$ $\boxed{\text{ENTER}}$ para desplegar el valor asignado previamente y la expresión que se evalúa. Entonces puede reemplazar el valor que fue asignado a X con el nuevo valor que se asignará a X. Después de hacer esto y presionar $\boxed{\text{ENTER}}$ se mostrará la respuesta nueva.

La pantalla de la calculadora mostrada en la **figura 1.9** ilustra dos puntos importantes con respecto a calculadoras graficadoras.

1. Observe los paréntesis alrededor del 2/3. Algunas calculadoras graficadoras interpretan $2/3x^2$ como $2/(3x^2)$. Para evaluar $\frac{2}{3}x^2$ en tales calculadoras, debe usar paréntesis alrededor del 2/3. Debe aprender cómo evalúa su calculadora expresiones tales como $2/3x^2$. *Siempre que tenga duda, utilice paréntesis para prevenir posibles errores.*
2. En la pantalla, observará que el signo negativo que precede al 2.3 es ligeramente menor y está más arriba que el signo de resta precediendo al 4 en la expresión. Por lo regular, la calculadora graficadora tiene una tecla de signo negativo, $\boxed{(-)}$ y una tecla del signo de sustracción, $\boxed{-}$. Debe estar seguro de utilizar la tecla correcta u obtendrá un error. La tecla del signo negativo se usa para introducir un número negativo. La tecla de sustracción se emplea para restar una cantidad de otra. Para introducir la expresión $-x - 4$ en una calculadora graficadora, podría presionar

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{signo negativo}}}{\boxed{(-)}} \quad \boxed{X, T, \Theta, n} \quad \underset{\substack{\uparrow \\ \text{sustracción}}}{\boxed{-}} \quad \boxed{4}$$

Recuerde que $-x - 4$ significa $-1x - 4$. Al iniciar con $\boxed{(-)}$ introduce el coeficiente -1. Diferentes calculadoras usan diferentes teclas para introducir la variable x. La tecla que se muestra después del signo negativo es la tecla empleada en la calculadora TI-84 Plus.

EJEMPLO 12 ▸ Precio promedio de venta de casas Tasas bajas de interés, fácil crédito y fuerte demanda de la clase media han controlado el precio promedio de venta de casas en Estados Unidos de 1992 a 2006. El precio promedio de una casa, en miles de dólares, durante este periodo puede estimarse por

$$\text{precio promedio de venta} = 0.71x^2 + 2.16x + 145.39$$

donde x representa años desde 1992. En la expresión del lado derecho del signo de igualdad, sustituya 1 por x para estimar el precio promedio de venta de una casa en 1993, 2 por x para estimar el precio promedio de venta en 1994, y así sucesivamente. Utilice una calculadora graficadora, si tiene disponible, para estimar el precio promedio de venta de una casa en **a)** 1995 y **b)** 2006.
Fuente: National Association of Realtors

Solución

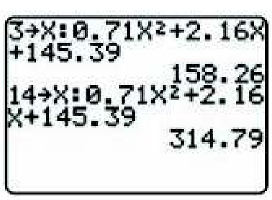


FIGURA 1.10

a) El año 1995 corresponde a $x = 3$, de modo que primero asignamos a x un valor de 3, luego introduzca la expresión, y presione $\boxed{\text{ENTER}}$. La **figura 1.10** muestra la pantalla para una calculadora TI-84 Plus con la expresión evaluada para $x = 3$. De la pantalla vemos que el precio promedio de venta de una casa en 1995 fue aproximadamente 158.26 miles de dólares o \$158,260.

b) Como $2006 - 1992 = 14$, el año 2006 corresponde a $x = 14$. Primero asignamos a x un valor de 14, después reintroducimos la expresión, y presionamos $\boxed{\text{ENTER}}$. De la **figura 1.10** vemos que el precio promedio de venta de una casa en 2006 fue de aproximadamente \$314.79 miles de dólares o \$314,790.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 122

Sugerencia útil

Siempre revise la pantalla de su calculadora para asegurarse que ninguna tecla se presionó de manera incorrecta y no se omitió tecla alguna. Observe que no es necesario introducir el 0 antes del punto decimal en términos como $-0.71x^2$.

CONJUNTO DE EJERCICIOS 1.4

MathXL® MyMathLab

Ejercicios de concepto/redacción

1. ¿Considere la expresión a^n.
   a) ¿Cómo se denomina a a?
   b) ¿Cómo se denomina a n?
2. ¿Cuál es el significado de a^n?
3. Considere la expresión radical $\sqrt[n]{a}$.
   a) ¿Cómo se denomina a n?
   b) ¿Cómo se denomina a a?
4. Si $\sqrt[n]{a} = b$?, ¿qué significa?
5. ¿Cuál es la raíz cuadrada principal de un número positivo?
6. Explique por qué $\sqrt{-4}$ no puede ser un número.
7. Explique por qué una raíz impar de un número negativo será negativa.
8. Explique por qué una raíz impar de un número positivo será positiva.
9. Explique el orden de las operaciones a seguir, cuando se evalúa una expresión matemática. Vea la página 32.
10. a) Explique paso a paso cómo evaluaría
$$\frac{5 - 18 \div 3^2}{4 - 3 \cdot 2}$$
   b) Evalúe la expresión.
11. a) Explique paso a paso cómo evaluaría $16 \div 2^2 + 6 \cdot 4 - 24 \div 6$.
   b) Evalúe la expresión.
12. a) Explique paso a paso cómo evaluaría $\{5 - [4 - (3 - 8)]\}^2$.
   b) Evalúe la expresión.

Práctica de habilidades

Evalúe cada expresión sin utilizar una calculadora.

13. 3^2
14. $(-4)^3$
15. -3^2
16. -4^3
17. $(-3)^2$
18. $\left(\frac{1}{2}\right)^3$
19. $-\left(\frac{3}{5}\right)^4$
20. $(0.3)^2$
21. $\sqrt{49}$
22. $\sqrt{144}$
23. $-\sqrt{36}$
24. $-\sqrt{0.64}$
25. $\sqrt[3]{-27}$
26. $\sqrt[3]{\frac{-216}{343}}$
27. $\sqrt[3]{0.001}$
28. $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$

Utilice una calculadora para evaluar cada expresión. Redondee las respuestas al milésimo más cercano.

29. $(0.35)^4$
30. $-(1.7)^{3.9}$
31. $\left(-\frac{13}{12}\right)^8$
32. $\left(\frac{5}{7}\right)^7$
33. $(6.721)^{5.9}$
34. $\sqrt{78}$
35. $\sqrt[3]{26}$
36. $-\sqrt[4]{72.8}$
37. $\sqrt[5]{362.65}$
38. $-\sqrt{\frac{8}{9}}$
39. $-\sqrt[3]{\frac{20}{53}}$
40. $\sqrt[3]{-\frac{15}{19}}$

Evalúe **a)** x^2 *y* **b)** $-x^2$ *para cada valor dado de x.*

41. 3
42. 4
43. 10
44. −2
45. −1
46. −6
47. $\frac{1}{3}$
48. $-\frac{4}{5}$

Evalúe **a)** x^3 *y* **b)** $-x^3$ *para cada valor dado de x.*

49. 3
50. −3
51. −5
52. −1
53. −2
54. 4
55. $\frac{2}{5}$
56. $-\frac{3}{4}$

Evalúe cada expresión.

57. $4^2 + 2^3 - 2^2 - 3^3$
58. $(-1)^2 + (-1)^3 - 1^4 + 1^5$
59. $-2^2 - 2^3 + 1^{10} + (-2)^3$
60. $(-3)^3 - 2^2 - (-2)^2 + (6 - 6)^2$
61. $(1.5)^2 - (3.9)^2 + (-2.1)^3$
62. $(3.7)^2 - (0.8)^2 + (2.4)^3$
63. $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3$
64. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} - \left(-\frac{3}{8}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3$

Evalúe cada expresión.

65. $3 + 5 \cdot 8$
66. $(2 - 7) \div 5 + 3$
67. $18 - 6 \div 6 + 8$

68. $4 \cdot 3 \div 6 - 2^2$

69. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} - 2 + 5 \div 10$

70. $3 \cdot 6 \div 18 + \frac{4}{5}$

71. $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \div \frac{3}{4} - \frac{1}{6} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$

72. $3[4 + (-2)(8)] + 3^3$

73. $10 \div [(3 + 2^2) - (2^4 - 8)]$

74. $[3 - (4 - 2^3)^2]^2$

75. $5\left(\sqrt[3]{27} + \sqrt[5]{32}\right) \div \frac{\sqrt{100}}{2}$

76. $\{5 + [4^2 - 3(2 - 7)] - 5\}^2$

77. $\{[(12 - 15) - 3] - 2\}^2$

78. $3\{6 - [(25 \div 5) - 2]\}^3$

79. $4[5(16 - 6) \div (25 \div 5)^2]^2$

80. $\dfrac{15 \div 3 + 7 \cdot 2}{\sqrt{25} \div 5 + 8 \div 2}$

81. $\dfrac{4 - (2 + 3)^2 - 6}{4(3 - 2) - 3^2}$

82. $-2\left|-3 - \frac{2}{3}\right| + 5$

83. $\dfrac{8 + 4 \div 2 \cdot 3 + 4}{5^2 - 3^2 \cdot 2 - 7}$

84. $\dfrac{5(-3) + 4 \cdot 7 - 3^2}{-6 + \sqrt{4}(2^2 - 1)}$

85. $\dfrac{8 - [4 - (3 - 1)^2]}{5 - (-3)^2 + 4 \div 2}$

86. $12 - 15 \div |5| - (|4| - 2)^2$

87. $-2|-3| - \sqrt{36} \div |2| + 3^2$

88. $\dfrac{4 - |-12| \div |3|}{2(4 - |5|) + 9}$

89. $\dfrac{6 - |-4| - 4|8 - 5|}{5 - 6 \cdot 2 \div |-6|}$

90. $-\frac{1}{4}[8 - |-6| \div 3 - 4]^2$

91. $\frac{2}{5}[\sqrt[3]{27} - |-9| + 4 - 3^2]^2$

92. $\dfrac{3(12 - 9)^2}{-3^2} - \dfrac{2(3^2 - 4^2)}{4 - (-2)}$

93. $\dfrac{24 - 5 - 4^2}{|-8| + 4 - 2(3)} + \dfrac{4 - (-3)^2 + |4|}{3^2 - 4 \cdot 3 + |-7|}$

94. $\dfrac{-2 - 8 \div 4^2 \cdot |8|}{|8| - \sqrt{64}} + \dfrac{[(8 - 3)^2 - 7]^2}{2^2 + 16}$

Evalúe cada expresión para el valor o valores dados.

95. $5x^2 + 4x$ cuando $x = 2$

96. $5x^2 - 2x + 7$ cuando $x = 3$

97. $-9x^2 + 3x - 29$ cuando $x = -1$

98. $3(x - 2)^2$ cuando $x = \frac{1}{4}$

99. $16(x + 5)^3 - 25(x + 5)$ cuando $x = -4$

100. $-6x + 3y^2$ cuando $x = 2$, $y = 4$

101. $6x^2 + 3y^3 - 15$ cuando $x = 1$, $y = -3$

102. $4x^2 - 3y - 10$ cuando $x = 4$, $y = -2$

103. $3(a + b)^2 + 4(a + b) - 6$ cuando $a = 4$, $b = -1$

104. $-9 - \{2x - [5x - (2x + 1)]\}$ cuando $x = 3$

105. $-8 - \{x - [2x - (x - 3)]\}$ cuando $x = 4$

106. $\dfrac{(x - 3)^2}{9} + \dfrac{(y + 5)^2}{16}$ cuando $x = 4$, $y = 3$

107. $\dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ cuando $a = 6$, $b = -11$, $c = 3$

108. $\dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ cuando $a = 2$, $b = 1$, $c = -10$

Resolución de problemas

En los ejercicios del 109 al 114 escriba una expresión algebraica para cada problema. Luego evalúe la expresión para el valor dado de la variable o variables.

109. Multiplique la variable y por 7. De este producto reste 14. Ahora divida esta diferencia por 2. Determine el valor de esta expresión cuando $y = 6$.

110. Reste 4 de z. Multiplique esta diferencia por 5. Ahora eleve al cuadrado este producto. Determine el valor de esta expresión cuando $z = 10$.

111. Se suma seis al producto de 3 y x. Se multiplica esta expresión por 6. Luego, se resta nueve de este producto. Determine el valor de la expresión cuando $x = 3$.

112. La suma de x y y se multiplica por 2. Entonces se resta 5 de este producto. Luego, esta expresión se eleva al cuadrado. Determine el valor de la expresión cuando $x = 2$ y $y = -3$.

113. Se suma tres a x. Esta suma se divide entre el doble de y. Luego este cociente se eleva al cuadrado. Por último, se resta 3 de esta expresión. Determine el valor de la expresión cuando $x = 5$ y $y = 2$.

114. Se resta cuatro de x. Esta suma se divide entre $10y$. Luego el cociente se eleva al cubo. Por último, se suma 19 a esta expresión. Determine el valor de la expresión cuando $x = 64$ y $y = 3$.

Utilice una calculadora para responder los ejercicios del 115 al 128.

115. Paseo en bicicleta Frank Kelso puede viajar en bicicleta a una rapidez de 8.2 millas por hora en el *C&O Tow Path* en Maryland. La distancia, en millas, recorrida después de pasear en la bicicleta x horas, se determina mediante

$$\text{distancia} = 8.2x$$

¿Cuánto recorrió Frank en
a) 3 horas?
b) 7 horas?

116. Salario El 2 de enero de 2006, Mary Ferguson comenzó un nuevo trabajo con un salario anual de $32,550. Su jefe accedió en concederle un aumento de $1,200 por año durante los siguientes 20 años. Su salario, en dólares, se determina mediante

$$\text{salario} = 32{,}550 + 1{,}200x$$

donde x es el número de años desde 2006. Sustituya 1 por x, para determinar su salario en 2007, 2 por x para determinar su salario en 2008, y así sucesivamente. Determine el salario de Mary en
a) 2010.
b) 2020.

117. Lanzamiento de una pelota Cuong Chapman lanzó una pelota de béisbol hacia arriba desde una ventana de su dormitorio. La altura de la pelota, por encima del suelo, en pies, se determina mediante

$$\text{altura} = -16x^2 + 72x + 22$$

donde x es el número de segundos después que la pelota de béisbol se lanza desde la ventana. Determine la altura de la pelota
a) a los 2 segundos
b) a los 4 segundos
de haber sido lanzada desde la ventana.

118. Velocidad Vea el ejercicio 117. Después de que la pelota se lanza desde la ventana, su velocidad (rapidez), en pies por segundo, se determina mediante

$$\text{velocidad} = -32x + 72$$

Determine la velocidad de la pelota
a) a los 2 segundos
b) a los 4 segundos,
después de que se lanza por la ventana.

119. Gasto de dinero El monto que los consumidores gastan en regalos durante la temporada de fiestas, en años recientes, se ha elevado. El monto, en dólares, gastado en regalos por un individuo puede estimarse mediante

$$\text{gasto} = 26.865x + 488.725$$

donde x es el número de años desde 2002. Sustituya 1 por x para determinar el monto que se gastó en 2003, 2 por x para determinar el monto que se gastó en 2004, y así sucesivamente. Suponiendo que esta tendencia continúa, determine la cantidad que cada consumidor gastará en regalos en
a) 2007.
b) 2015.

Fuente: investigación BIG para la Federación Nacional de Ventas, *USA Today* (22 de diciembre de 2004).

120. Centenarios A las personas que viven 100 años o más se les conoce como centenarias. De acuerdo con la Oficina de Censos de Estados Unidos, los centenarios son el grupo de edad que crece más rápido en el mundo. El número aproximado de centenarios que vivirán en Estados Unidos entre los años 1995 y 2050, en miles, puede estimarse por

$$\text{número de centenarios} = 0.30x^2 - 3.69x + 92.04$$

donde x representa años desde 1995. Sustituya 1 por x para determinar el número de centenarios en 1996, 2 por x para encontrar el número de centenarios en 1997, y así sucesivamente.

a) Estime el número de centenarios que vivían en Estados Unidos en 2005.

b) Estime el número de centenarios que vivirán en Estados Unidos en 2050.

Fuente: Oficina de Censo de Estados Unidos.

121. Transporte público El aumento en el precio de la gasolina y el crecimiento de los congestionamientos en las principales ciudades de Estados Unidos han provocado una explosión en el uso del transporte público. Entre 1992 y 2004, el número aproximado de viajes en transporte público por año en Estados Unidos, en miles de millones, puede estimarse usando

$$\text{número de viajes} = 0.065x^2 - 0.39x + 8.47$$

donde x representa años desde 1992. Sustituya 1 por x para estimar el número de viajes realizados en 1993, 2 por x para estimar el número de viajes hechos en 1994, y así sucesivamente.

a) Estime el número de viajes realizados por medio del transporte público en 2000.

b) Suponga que la tendencia continúa. Estime el número de viajes que se realizarán en 2010.

Fuente: Asociación Americana del Transporte Público.

El tranvía es uno de los transportes públicos en San Francisco.

122. **Inflación** La inflación estuvo en descenso durante los años 2002 a 2004. En 2005 se elevó. La tasa de inflación, en porcentaje, durante los años 2002 a 2005, puede estimarse por

$$\text{inflación} = 0.35x^2 - 1.37x + 2.93$$

donde x es el número de años desde 2002. Sustituya 1 por x para determinar la tasa de inflación en 2003, 2 por x para determinar la tasa de inflación en 2004, y así sucesivamente. Suponiendo que esta tendencia continúa, determine la tasa de inflación en

a) 2005.
b) 2007.

Fuente: Departamento del Tesoro, Departamento de Comercio. *The Wall Street Journal* (18 de enero de 2005).

123. **Subastas** En años recientes, las ventas en subastas se han incrementado, en miles de millones de dólares, pueden estimarse mediante

$$\text{ventas} = 13.5x + 189.83$$

donde x es el número de años desde 2002. Sustituya 1 para determinar las ventas en subastas en 2003, 2 por x para determinar las ventas en subastas en 2004, y así sucesivamente. Suponiendo que esta tendencia continúe, determine las ventas en subastas en

a) 2010.
b) 2018.

Fuente: Asociación Nacional de Subastadores. *USA Today* (23 de febrero de 2005).

124. **Dióxido de carbono** Desde 1905 la cantidad de dióxido de carbono (CO_2) ha estado en aumento. La producción total de CO_2 de todos los países, excepto Estados Unidos, Canadá y Europa Occidental (medida en millones de toneladas métricas) puede aproximarse por medio de

$$CO_2 = 0.073x^2 - 0.39x + 0.55$$

donde x representa cada periodo de 10 años desde 1905. Sustituya 1 por x para calcular la producción de CO_2 en 1915, 2 por x para calcular la producción de CO_2 en 1925, 3 por x en 1935, etcétera.

a) Determine la cantidad aproximada de CO_2 producida por todos los países excepto Estados Unidos, Canadá y Europa Occidental, en 1945.

b) Suponga que esta tendencia continúa, determine la cantidad aproximada de CO_2 producida por todos los países, excepto Estados Unidos, Canadá y Europa Occidental en 2005.

125. **Niños con padres que trabajan** El número de *niños con padres que trabajan*, niños que se cuidan solos mientras sus padres trabajan, aumenta con la edad. El porcentaje de niños de edades diferentes, de 5 a 14 años, quienes se cuidan solos puede aproximarse por medio de

$$\text{porcentaje de niños} = 0.23x^2 - 1.98x + 4.42.$$

El valor de x representa la edad de los niños. Por ejemplo, sustituya 5 por x para obtener el porcentaje de todos los niños de 5 años de padres que trabajan; sustituya 6 por x para obtener el porcentaje de todos los niños de 6 años de padres que trabajan, etcétera.

a) Determine el porcentaje de todos los niños de 10 años de padres que trabajan.

b) Determine el porcentaje de todos los niños de 14 años de padres que trabajan.

126. **Lectores de periódicos** El número de estadounidenses que leen un diario va constantemente a la baja. El porcentaje de lectores de periódicos puede aproximarse por medio de

$$\text{porcentaje} = -6.2x + 82.2$$

donde x representa cada periodo de 10 años desde 1960. Sustituya 1 por x para obtener el porcentaje para 1970, para 1980 sustituya 2 por x, 3 por x para obtener el porcentaje para 1990 y así sucesivamente.

a) Determine el porcentaje de adultos en Estados Unidos que en 1970 leían un periódico.
b) Suponiendo que esta tendencia continúe, determine el porcentaje de adultos en Estados Unidos que en 2010 leerán un periódico.

127. **Alimentos cultivados de manera orgánica** El aumento en el temor de pesticidas y cosechas alteradas de manera genética ha llevado a la gente a comprar alimentos cultivados de manera orgánica. Desde 1990 a 2007, las ventas en miles de millones de dólares de alimentos cultivados de manera orgánica puede estimarse por medio de

$$\text{ventas} = 0.062x^2 + 0.020x + 1.18$$

donde x representa años desde 1990. Sustituya 1 por x para estimar las ventas de alimentos cultivados de manera orgánica en 1991, 2 por x para estimar las ventas en 1992, y así sucesivamente.

a) Estime las ventas de este tipo de alimentos en 1991.
b) Estime las ventas de este tipo de alimentos en 2007.

128. **Teléfonos celulares** El uso de teléfonos celulares en la actualidad está elevándose. El número de suscriptores de celulares, en millones, puede aproximarse por

$$\text{número de suscriptores} = 0.42x^2 - 3.44x + 5.80$$

donde x representa años desde 1982. Sustituya 1 por x para obtener el número de suscriptores en 1983, 2 por x para obtener el número de suscriptores en 1984, y así sucesivamente.

a) Determine el número de personas que usaron teléfonos celulares en 1989.
b) Si esta tendencia continúa, determine el número de personas que usaron teléfonos celulares en 2009.

Ejercicios de repaso acumulativo

[1.2] **129.** $A = \{a, b, c, d, f\}$, $B = \{b, c, f, g, h\}$. Determine

a) $A \cap B$,

b) $A \cup B$.

[1.3] *En los ejercicios del 130 al 132, la letra a representa un número real. ¿Para qué valores de a cada proposición será verdadera?*

130. $|a| = |-a|$

131. $|a| = a$

132. $|a| = 6$

133. Liste de menor a mayor: $-|6|, -4, |-5|, -|-2|, 0$.

134. Diga el nombre de la propiedad siguiente: $(7 + 3) + 9 = 7 + (3 + 9)$.

Examen de mitad de capítulo: 1.1-1.4

Para determinar su comprensión del material que se ha abordado hasta este momento, resuelva este pequeño examen. Las respuestas, y la sección donde se trató el material por primera vez, se proporcionan al final del libro. Repase el material de las preguntas que respondió de forma incorrecta.

1. ¿Dónde está la oficina de su instructor? ¿Cuáles son las horas de oficina de su instructor?
2. Dados $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ y $B = \{-1, 1, 3, 5\}$, determine $A \cup B$ y $A \cap B$.
3. Describa el conjunto $D = \{0, 5, 10, 15, \ldots\}$.
4. Ilustre el conjunto $\{x | x \geq 3\}$ en una recta numérica.
5. Inserte $<$ o $>$ en el área sombreada $\frac{3}{5}$ ▢ $\frac{4}{9}$ para que la proposición sea verdadera.
6. Exprese  en la notación constructiva de conjuntos.

7. ¿W es un subconjunto de N? Explique.
8. Liste los valores de menor a mayor: $-15, |-17|, |-6|, 7$.

Evalúe cada expresión.

9. $7 - 2.3 - (-4.5)$
10. $\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{2}$
11. $(5)(-2)(3.2)(-8)$
12. $\left|-\frac{8}{13}\right| \div (-2)$
13. Evalúe $(7 - |-2|) - (-8 + |16|)$.
14. Diga el nombre de la propiedad que se ilustra mediante $5(x + y) = 5x + 5y$.
15. Simplifique $\sqrt{0.81}$.
16. Evalúe
    a) x^2 y
    b) $-x^2$ para $x = -6$.
17. **a)** Liste el orden de las operaciones.
    b) Evalúe $4 - 2 \cdot 3^2$ y explique cómo determinó su respuesta.

Evalúe cada expresión.

18. $5 \cdot 4 \div 10 + 2^5 - 8$.
19. $\frac{1}{4}\{[(12 \div 4)^2 - 7]^3 \div 2\}^2$
20. $\dfrac{\sqrt{16} + \left(\sqrt{49} - 6\right)^4}{\sqrt[3]{-27} - (4 - 3^2)}$

1.5 Exponentes

1 Usar la regla del producto para exponentes
2 Usar la regla del cociente para exponentes
3 Usar la regla del exponente negativo
4 Usar la regla del exponente cero.
5 Usar la regla para elevar una potencia a una potencia
6 Usar la regla para elevar un producto a una potencia
7 Usar la regla para elevar un cociente a una potencia

En la sección anterior introdujimos los exponentes. En esta sección estudiamos la regla de los exponentes. Iniciamos con la regla del producto para exponentes.

1 Usar la regla del producto para exponentes

Considere la multiplicación $x^3 \cdot x^5$. Podemos simplificar esta expresión como sigue:

$$x^3 \cdot x^5 = (x \cdot x \cdot x) \cdot (x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x) = x^8$$

Este problema también podría simplificarse por medio de la **regla del producto para exponentes.***

Regla del producto para exponentes

Si m y n son números naturales y a es cualquier número real, entonces

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

* Las reglas que se dan en esta sección también se aplican a exponentes racionales o fraccionarios. En la sección 7.2 se estudiarán los exponentes racionales. En este momento, repasaremos estas reglas.

Para multiplicar expresiones exponenciales, mantenga la base común y sume los exponentes.

$$x^3 \cdot x^5 = x^{3+5} = x^8$$

EJEMPLO 1 ▸ Simplifique. **a)** $2^3 \cdot 2^4$ **b)** $d^2 \cdot d^5$ **c)** $h \cdot h^9$

Solución

a) $2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7 = 128$ **b)** $d^2 \cdot d^5 = d^{2+5} = d^7$

c) $h \cdot h^9 = h^1 \cdot h^9 = h^{1+9} = h^{10}$

▸ Ahora resuelva el ejercicio 13

2 Usar la regla del cociente para exponentes

Considere la división $x^7 \div x^4$. Podemos simplificar esta expresión como sigue:

$$\frac{x^7}{x^4} = \frac{\overset{1}{\cancel{x}} \cdot \overset{1}{\cancel{x}} \cdot \overset{1}{\cancel{x}} \cdot \overset{1}{\cancel{x}} \cdot x \cdot x \cdot x}{\underset{1}{\cancel{x}} \cdot \underset{1}{\cancel{x}} \cdot \underset{1}{\cancel{x}} \cdot \underset{1}{\cancel{x}}} = x \cdot x \cdot x = x^3$$

Este problema también podría simplificarse por medio de la **regla del cociente para exponentes**.

Regla del cociente para exponentes

Si a es cualquier número real diferente de cero y m y n son enteros diferentes de cero, entonces

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Para dividir expresiones en forma exponencial, mantenga la base común y reste los exponentes.

$$\frac{x^7}{x^4} = x^{7-4} = x^3$$

EJEMPLO 2 ▸ Simplifique. **a)** $\frac{6^4}{6^2}$ **b)** $\frac{x^7}{x^3}$ **c)** $\frac{y^2}{y^5}$

Solución **a)** $\frac{6^4}{6^2} = 6^{4-2} = 6^2 = 36$ **b)** $\frac{x^7}{x^3} = x^{7-3} = x^4$ **c)** $\frac{y^2}{y^5} = y^{2-5} = y^{-3}$

▸ Ahora resuelva el ejercicio 15

3 Usar la regla del exponente negativo

Observe en el ejemplo 2 **c)** que la respuesta contiene un exponente negativo. Realice la parte **c)** nuevamente cancelando factores comunes.

$$\frac{y^2}{y^5} = \frac{\overset{1}{\cancel{y}} \cdot \overset{1}{\cancel{y}}}{\underset{1}{\cancel{y}} \cdot \underset{1}{\cancel{y}} \cdot y \cdot y \cdot y} = \frac{1}{y^3}$$

Al reducir factores comunes y usar el resultado del ejemplo 2 **c)**, podemos razonar que $y^{-3} = \frac{1}{y^3}$. Éste es un ejemplo de la regla del exponente negativo.

Regla del exponente negativo

Para cualquier número real diferente de cero, a, y cualquier número entero no negativo, m,

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

Una expresión elevada a un exponente negativo es igual a 1 dividida entre la expresión con el signo del exponente cambiado.

EJEMPLO 3 Escriba cada expresión sin exponentes negativos.

a) 7^{-2} **b)** $8a^{-4}$ **c)** $\dfrac{1}{c^{-5}}$

Solución

a) $7^{-2} = \dfrac{1}{7^2} = \dfrac{1}{49}$ **b)** $8a^{-4} = 8 \cdot \dfrac{1}{a^4} = \dfrac{8}{a^4}$

c) $\dfrac{1}{c^{-5}} = 1 \div c^{-5} = 1 \div \dfrac{1}{c^5} = \dfrac{1}{1} \cdot \dfrac{c^5}{1} = c^5$

Ahora resuelva el ejercicio 37

Sugerencia útil

En el ejemplo 3 **c)** mostramos que $\dfrac{1}{c^{-5}} = c^5$. En general, para cualquier número real diferente de cero a y cualquier entero no negativo m, $\dfrac{1}{a^{-m}} = a^m$. Cuando un factor del numerador o del denominador está elevado a cualquier potencia, el factor puede moverse al otro lado de la fracción siempre y cuando el signo del exponente esté cambiado. Así, por ejemplo

$$\frac{2a^{-3}}{b^2} = \frac{2}{a^3b^2} \qquad \frac{a^{-2}b^4}{c^{-3}} = \frac{b^4c^3}{a^2}$$

NOTA: Al usar este procedimiento, el signo de la base no cambia, sólo cambia el signo del exponente. Por ejemplo,

$$-c^{-3} = \frac{1}{-c^3} = -\frac{1}{c^3}$$

Por lo general, no dejamos expresiones exponenciales con exponentes negativos. *Cuando indicamos que una expresión exponencial se simplificará, queremos decir que la respuesta debe escribirse sin exponentes negativos o cero.*

EJEMPLO 4 Simplifique. **a)** $\dfrac{5xz^2}{y^{-4}}$ **b)** $4^{-2}x^{-1}y^2$ **c)** $-3^3x^2y^{-6}$

Solución

a) $\dfrac{5xz^2}{y^{-4}} = 5xy^4z^2$

b) $4^{-2}x^{-1}y^2 = \dfrac{1}{4^2} \cdot \dfrac{1}{x^1} \cdot y^2 = \dfrac{y^2}{16x}$

c) $-3^3x^2y^{-6} = -(3^3)x^2 \cdot \dfrac{1}{y^6} = -\dfrac{27x^2}{y^6}$

Ahora resuelva el ejercicio 41

Observe que las expresiones en el ejemplo 4 no incluyen sumas o restas. La presencia de un signo más o menos lo convierte en un problema muy diferente, como veremos en nuestro ejemplo siguiente.

EJEMPLO 5 Simplifique. **a)** $4^{-1} + 6^{-1}$ **b)** $2 \cdot 3^{-2} + 7 \cdot 6^{-2}$

Solución

a) $4^{-1} + 6^{-1} = \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{6}$ *Regla del exponente negativo*

$= \dfrac{3}{12} + \dfrac{2}{12}$ *Reescriba con el mínimo común denominador, 12.*

$= \dfrac{3+2}{12} = \dfrac{5}{12}$

b) $2\cdot 3^{-2} + 7\cdot 6^{-2} = 2\cdot\dfrac{1}{3^2} + 7\cdot\dfrac{1}{6^2}$ *Regla del exponente negativo.*

$= \dfrac{2}{1}\cdot\dfrac{1}{9} + \dfrac{7}{1}\cdot\dfrac{1}{36}$

$= \dfrac{2}{9} + \dfrac{7}{36}$

$= \dfrac{8}{36} + \dfrac{7}{36}$ *Reescriba con el mínimo común denominador, 36.*

$= \dfrac{8+7}{36} = \dfrac{15}{36} = \dfrac{5}{12}$

▸ Ahora resuelva el ejercicio 75

4 Usar la regla del exponente cero

La regla siguiente que estudiaremos es la **regla del exponente cero**. Cualquier número distinto de cero dividido entre sí mismo es 1. Por lo tanto,

$$\frac{x^5}{x^5} = 1.$$

Por medio de la regla del cociente para los exponentes,

$$\frac{x^5}{x^5} = x^{5-5} = x^0.$$

Como $x^0 = \dfrac{x^5}{x^5}$ y $\dfrac{x^5}{x^5} = 1$, entonces

$$x^0 = 1.$$

Regla del exponente cero

Si a es cualquier número real distinto de cero, entonces

$$a^0 = 1$$

La regla del exponente cero ilustra que *cualquier número real distinto de cero con un exponente 0 es igual a 1.* Debemos especificar que $a \neq 0$, ya que 0^0 no es un número real.

EJEMPLO 6 ▸ Simplifique (suponga que la base no es 0).

a) 162^0 **b)** $7p^0$ **c)** $-y^0$ **d)** $-(8x + 9y)^0$

Solución

a) $162^0 = 1$

b) $7p^0 = 7\cdot p^0 = 7\cdot 1 = 7$

c) $-y^0 = -1\cdot y^0 = -1\cdot 1 = -1$

d) $-(8x + 9y)^0 = -1\cdot(8x + 9y)^0 = -1\cdot 1 = -1$

▸ Ahora resuelva el ejercicio 33

5 Usar la regla para elevar una potencia a una potencia

Considere la expresión $(x^3)^2$. Podemos simplificar esa expresión como sigue:

$$(x^3)^2 = x^3\cdot x^3 = x^{3+3} = x^6$$

Este problema también podría simplificarse por medio de la regla para **elevar una potencia a una potencia** (también llamada **regla de la potencia**).

Elevar una potencia a una potencia (regla de la potencia)

Si a es un número real y m y n son enteros, entonces

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Para elevar una expresión exponencial a una potencia, mantenga la base y multiplique los exponentes.

$$(x^3)^2 = x^{3 \cdot 2} = x^6$$

EJEMPLO 7 Simplifique (suponga que la base no es 0).

a) $(2^2)^4$ **b)** $(z^{-5})^4$ **c)** $(2^{-3})^2$

Solución

a) $(2^2)^4 = 2^{2 \cdot 4} = 2^8 = 256$

b) $(z^{-5})^4 = z^{-5 \cdot 4} = z^{-20} = \dfrac{1}{z^{20}}$

c) $(2^{-3})^2 = 2^{-3 \cdot 2} = 2^{-6} = \dfrac{1}{2^6} = \dfrac{1}{64}$

Ahora resuelva el ejercicio 81

Sugerencia útil

Con frecuencia los estudiantes confunden la *regla del producto*

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

con la *regla de la potencia*

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Por ejemplo $(x^3)^2 = x^6$, no x^5.

6 Usar la regla para elevar un producto a una potencia

Considere la expresión $(xy)^2$. Podemos simplificar esta expresión como sigue:

$$(xy)^2 = (xy)(xy) = x \cdot x \cdot y \cdot y = x^2y^2$$

Esta expresión también podría simplificarse usando la regla para **elevar un producto a una potencia**.

Elevar un producto a una potencia

Si a y b son números reales y m es un entero, entonces

$$(ab)^m = a^m b^m$$

Para elevar un producto a una potencia, eleve todos los factores dentro del paréntesis a la potencia fuera de los paréntesis.

EJEMPLO 8 Simplifique. **a)** $(-9x^3)^2$ **b)** $(3x^{-5}y^4)^{-3}$

Solución

a) $(-9x^3)^2 = (-9)^2(x^3)^2 = 81x^6$

b) $(3x^{-5}y^4)^{-3} = 3^{-3}(x^{-5})^{-3}(y^4)^{-3}$ *Eleve un producto a una potencia.*

$= \dfrac{1}{3^3}\cdot x^{15}\cdot y^{-12}$ *Regla del exponente negativo, regla de la potencia.*

$= \dfrac{1}{27}\cdot x^{15}\cdot \dfrac{1}{y^{12}}$ *Regla del exponente negativo.*

$= \dfrac{x^{15}}{27y^{12}}$

▸ Ahora resuelva el ejercicio 93

7 Usar la regla para elevar un cociente a una potencia

Considere la expresión $\left(\dfrac{x}{y}\right)^2$. Podemos simplificar esta expresión como sigue:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y} = \frac{x\cdot x}{y\cdot y} = \frac{x^2}{y^2}$$

Esta expresión también podría simplificarse por medio de la regla para **elevar un cociente a una potencia**.

Elevar un cociente a una potencia

Si a y b son números reales y m es un entero, entonces

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, \qquad b \neq 0$$

Para elevar un cociente a una potencia, eleve todos los factores en el paréntesis al exponente fuera de los paréntesis.

EJEMPLO 9 ▸ Simplifique **a)** $\left(\dfrac{5}{x^2}\right)^3$ **b)** $\left(\dfrac{2x^{-2}}{y^3}\right)^{-4}$

Solución

a) $\left(\dfrac{5}{x^2}\right)^3 = \dfrac{5^3}{(x^2)^3} = \dfrac{125}{x^6}$

b) $\left(\dfrac{2x^{-2}}{y^3}\right)^{-4} = \dfrac{2^{-4}(x^{-2})^{-4}}{(y^3)^{-4}}$ *Eleve un cociente a una potencia.*

$= \dfrac{2^{-4}x^8}{y^{-12}}$ *Regla de la potencia.*

$= \dfrac{x^8y^{12}}{2^4}$ *Regla del exponente negativo.*

$= \dfrac{x^8y^{12}}{16}$

▸ Ahora resuelva el ejercicio 99

Considere $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n}$. Por medio de la regla para elevar un cociente a una potencia, obtenemos

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{a^{-n}}{b^{-n}} = \frac{b^n}{a^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Usando este resultado, vemos que cuando tenemos un número racional elevado a un exponente negativo, podemos tomar el recíproco de la base y cambiar el signo del exponente como sigue.

$$\left(\frac{8}{9}\right)^{-3} = \left(\frac{9}{8}\right)^3 \qquad \left(\frac{x^2}{y^3}\right)^{-4} = \left(\frac{y^3}{x^2}\right)^4$$

Ahora trabajaremos algunos ejemplos que combinan varias propiedades. Siempre que la misma variable aparezca arriba y abajo de la barra de fracción, por lo general movemos la variable con el *exponente menor*. Esto tendrá como resultado que el exponente de la variable sea positivo cuando se aplique la regla del producto. Los ejemplos 10 y 11 ilustran este procedimiento.

EJEMPLO 10 Simplifique. **a)** $\left(\dfrac{15x^2y^4}{5x^2y}\right)^2$ **b)** $\left(\dfrac{5x^4y^{-2}}{10xy^3z^{-1}}\right)^{-3}$

Solución Con frecuencia, las expresiones exponenciales pueden simplificarse en más de una manera. En general, será más fácil simplificar primero la expresión dentro de los paréntesis.

a) $\left(\dfrac{15x^2y^4}{5x^2y}\right)^2 = (3y^3)^2 = 9y^6$

b) $\left(\dfrac{5x^4y^{-2}}{10xy^3z^{-1}}\right)^{-3} = \left(\dfrac{x^4\cdot x^{-1}z}{2y^3\cdot y^2}\right)^{-3}$ *Mueva x, y^{-2} y z^{-1} al otro lado de la barra de fracción y cambie los signos de sus exponentes.*

$= \left(\dfrac{x^3z}{2y^5}\right)^{-3}$ *Regla del producto.*

$= \left(\dfrac{2y^5}{x^3z}\right)^{3}$ *Tome el recíproco de la expresión dentro de los paréntesis y cambie el signo del exponente.*

$= \dfrac{2^3y^{5\cdot 3}}{x^{3\cdot 3}z^3}$ *Eleve un cociente a una potencia.*

$= \dfrac{8y^{15}}{x^9z^3}$

Ahora resuelva el ejercicio 109

EJEMPLO 11 Simplifique $\dfrac{(2p^{-3}q^5)^{-2}}{(p^{-5}q^4)^{-3}}$.

Solución Primero, utilice la regla de la potencia. Luego simplifique.

$\dfrac{(2p^{-3}q^5)^{-2}}{(p^{-5}q^4)^{-3}} = \dfrac{2^{-2}p^6q^{-10}}{p^{15}q^{-12}}$ *Regla de la potencia.*

$= \dfrac{q^{-10}\cdot q^{12}}{2^2p^{15}\cdot p^{-6}}$ *Mueva 2^{-2}, p^6 y q^{-12} al otro lado de la barra de fracción y cambie los signos de sus exponentes.*

$= \dfrac{q^{-10+12}}{4p^{15-6}}$ *Regla del producto.*

$= \dfrac{q^2}{4p^9}$

Ahora resuelva el ejercicio 115

Resumen de reglas de los exponentes

Para todos los números reales a y b y todos los enteros m y n:

Regla del producto	$a^m\cdot a^n = a^{m+n}$	
Regla del cociente	$\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$,	$a \neq 0$
Regla del exponente negativo	$a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}$,	$a \neq 0$
Regla del exponente cero	$a^0 = 1$,	$a \neq 0$
Elevar una potencia a una potencia	$(a^m)^n = a^{m\cdot n}$	
Elevar un producto a una potencia	$(ab)^m = a^mb^m$	
Elevar un cociente a una potencia	$\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$,	$b \neq 0$

CONJUNTO DE EJERCICIOS 1.5

MathXL® MyMathLab

Ejercicios de concepto/redacción

1. a) Proporcione la regla del producto para exponentes.
   b) Explique la regla del producto.
2. a) Dé la regla del cociente para exponentes.
   b) Explique la regla del cociente.
3. a) Proporcione la regla del exponente cero.
   b) Explique la regla del exponente cero.
4. a) Proporcione la regla del exponente negativo.
   b) Explique la regla del exponente negativo.
5. a) Proporcione la regla para elevar un producto a una potencia.
   b) Explique la regla para elevar un producto a una potencia.
6. a) Proporcione la regla para elevar una potencia a una potencia.
   b) Explique la regla para elevar una potencia a una potencia.
7. a) Proporcione la regla para elevar un cociente a una potencia.
   b) Explique la regla para elevar un cociente a una potencia.
8. Si no aparece exponente en una variable o coeficiente, ¿cuál es su exponente?
9. Si $x^{-1} = 5$, ¿cuál es el valor de x? Explique.
10. Si $x^{-1} = y^2$, ¿a qué es igual x? Explique.
11. a) Explique la diferencia entre el opuesto de x y el recíproco de x.

   Para las partes **b)** y **c)** considere

   $$x^{-1}, \qquad -x, \qquad \frac{1}{x}, \qquad \frac{1}{x^{-1}},$$

   b) ¿Cuál representa (o es igual a) el *recíproco* de x?
   c) ¿Cuál representa el *opuesto* (o *inverso aditivo*) de x?
12. Explique por qué $-2^{-2} \neq \dfrac{1}{(-2)^2}$.

Práctica de habilidades

Evalúe cada expresión.

13. $2^3 \cdot 2^2$
14. $3^2 \cdot 3^3$
15. $\dfrac{3^7}{3^5}$
16. $\dfrac{8^4}{8^3}$
17. 9^{-2}
18. 5^{-2}
19. $\dfrac{1}{5^{-3}}$
20. $\dfrac{1}{3^{-2}}$
21. 15^0
22. 19^0
23. $(2^3)^2$
24. $(3^2)^2$
25. $(2 \cdot 4)^2$
26. $(6 \cdot 5)^2$
27. $\left(\dfrac{4}{7}\right)^2$
28. $\left(\dfrac{2}{5}\right)^4$

Evalúe cada expresión.

29. a) 3^{-2} b) $(-3)^{-2}$ c) -3^{-2} d) $-(-3)^{-2}$
30. a) 4^{-3} b) $(-4)^{-3}$ c) -4^{-3} d) $-(-4)^{-3}$
31. a) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}$ b) $\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{-1}$ c) $-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}$ d) $-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{-1}$
32. a) $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{-2}$ b) $\left(-\dfrac{3}{4}\right)^{-2}$ c) $-\left(\dfrac{3}{4}\right)^{-2}$ d) $-\left(-\dfrac{3}{4}\right)^{-2}$

Simplifique cada expresión y escriba la respuesta sin exponentes negativos. Suponga que todas las bases representadas por medio de variables son diferentes de cero.

33. a) $5x^0$ b) $-5x^0$ c) $(-5x)^0$ d) $-(-5x)^0$
34. a) $4y^0$ b) $(4y)^0$ c) $-4y^0$ d) $(-4y)^0$
35. a) $3xyz^0$ b) $(3xyz)^0$ c) $3x(yz)^0$ d) $3(xyz)^0$
36. a) $x^0 + y^0$ b) $(x + y)^0$ c) $x + y^0$ d) $x^0 + y$

Simplifique cada expresión y escriba la respuesta sin exponentes negativos.

37. $7y^{-3}$
38. $\dfrac{1}{x^{-1}}$
39. $\dfrac{9}{x^{-4}}$
40. $\dfrac{8}{5y^{-2}}$
41. $\dfrac{2a}{b^{-3}}$
42. $\dfrac{10x^4}{y^{-1}}$
43. $\dfrac{13m^{-2}n^{-3}}{2}$
44. $\dfrac{10x^{-3}}{z^4}$
45. $\dfrac{5x^{-2}y^{-3}}{z^{-4}}$
46. $\dfrac{15ab^5}{3c^{-3}}$
47. $\dfrac{9^{-1}x^{-1}}{y}$
48. $\dfrac{8^{-1}z}{x^{-1}y^{-1}}$

Simplifique cada expresión y escriba la respuesta sin exponentes negativos.

49. $2^5 \cdot 2^{-7}$
50. $a^3 \cdot a^5$
51. $x^6 \cdot x^{-4}$
52. $x^{-4} \cdot x^3$
53. $\dfrac{8^5}{8^3}$
54. $\dfrac{4^2}{4^{-2}}$
55. $\dfrac{7^{-5}}{7^{-3}}$
56. $\dfrac{x^{-9}}{x^2}$
57. $\dfrac{m^{-6}}{m^5}$
58. $\dfrac{p^0}{p^{-8}}$
59. $\dfrac{5w^{-2}}{w^{-7}}$
60. $\dfrac{x^{-4}}{x^{-6}}$
61. $3a^{-2} \cdot 4a^{-6}$
62. $(-7v^4)(-3v^{-5})$
63. $(-3p^{-2})(-p^3)$
64. $(2x^{-3}y^{-4})(6x^{-4}y^7)$
65. $(5r^2s^{-2})(-2r^5s^2)$
66. $(-6p^{-4}q^6)(2p^3q)$
67. $(2x^4y^7)(4x^3y^{-5})$
68. $\dfrac{24x^3y^2}{8xy}$
69. $\dfrac{33x^5y^{-4}}{11x^3y^2}$
70. $\dfrac{6x^{-2}y^3z^{-2}}{-2x^4y}$
71. $\dfrac{9xy^{-4}z^3}{-3x^{-2}yz}$
72. $\dfrac{(x^{-2})(4x^2)}{x^3}$

Evalúe cada expresión.

73. a) $4(a+b)^0$ b) $4a^0 + 4b^0$ c) $(4a+4b)^0$ d) $-4a^0 + 4b^0$
74. a) $-2^0 + (-2)^0$ b) $-2^0 - (-2)^0$ c) $-2^0 + 2^0$ d) $-2^0 - 2^0$
75. a) $4^{-1} - 3^{-1}$ b) $4^{-1} + 3^{-1}$ c) $2 \cdot 4^{-1} + 3 \cdot 5^{-1}$ d) $(2 \cdot 4)^{-1} + (3 \cdot 5)^{-1}$
76. a) $5^{-2} + 4^{-1}$ b) $5^{-2} - 4^{-1}$ c) $3 \cdot 5^{-2} + 2 \cdot 4^{-1}$ d) $(3 \cdot 5)^{-2} - (2 \cdot 4)^{-1}$

Simplifique cada expresión y escriba la respuesta sin exponentes negativos.

77. $(3^2)^2$
78. $(5^2)^{-1}$
79. $(3^2)^{-2}$
80. $(x^2)^{-3}$
81. $(b^{-3})^{-2}$
82. $(-c)^4$
83. $(-c)^3$
84. $(-x)^{-2}$
85. $(-4x^{-3})^2$
86. $-10(x^{-3})^2$
87. $5^{-1} + 2^{-1}$
88. $4^{-2} + 8^{-1}$
89. $3 \cdot 4^{-2} + 9 \cdot 8^{-1}$
90. $5 \cdot 2^{-3} + 7 \cdot 4^{-2}$
91. $\left(\dfrac{4b}{3}\right)^{-2}$
92. $(-10m^3n^2)^3$
93. $(4x^2y^{-2})^2$
94. $(4x^2y^3)^{-3}$
95. $(5p^2q^{-4})^{-3}$
96. $(8s^{-3}t^{-4})^2$
97. $(-3g^{-4}h^3)^{-3}$
98. $9(x^2y^{-1})^{-4}$
99. $\left(\dfrac{3j}{4k^2}\right)^2$
100. $\left(\dfrac{3x^2y^4}{z}\right)^3$
101. $\left(\dfrac{2r^4s^5}{r^2}\right)^3$
102. $\left(\dfrac{5m^5n^6}{10m^4n^7}\right)^3$
103. $\left(\dfrac{4xy}{y^3}\right)^{-3}$
104. $\left(\dfrac{7x^{-2}}{xy}\right)^{-2}$
105. $\left(\dfrac{5x^{-2}y}{x^{-5}}\right)^3$
106. $\left(\dfrac{4x^2y}{x^{-5}}\right)^{-3}$
107. $\left(\dfrac{10x^2y}{5xz}\right)^{-3}$
108. $\left(\dfrac{4xy}{z^{-2}}\right)^3$
109. $\left(\dfrac{x^8y^{-2}}{x^{-2}y^3}\right)^2$
110. $\left(\dfrac{x^2y^{-3}z^5}{x^{-1}y^2z^3}\right)^{-1}$
111. $\left(\dfrac{4x^{-1}y^{-2}z^3}{2xy^2z^{-3}}\right)^{-2}$
112. $\left(\dfrac{6x^4y^{-6}z^4}{2xy^{-6}z^{-2}}\right)^{-2}$
113. $\left(\dfrac{-a^3b^{-1}c^{-3}}{4ab^3c^{-4}}\right)^{-3}$
114. $\dfrac{(2x^{-1}y^{-2})^{-3}}{(5x^{-1}y^3)^2}$
115. $\dfrac{(3x^{-4}y^2)^3}{(2x^3y^5)^3}$
116. $\dfrac{(2xy^2z^{-3})^2}{(9x^{-1}yz^2)^{-1}}$

Resolución de problemas

Simplifique cada expresión. Suponga que todas las variables representan enteros distintos de cero.

117. $x^{2a} \cdot x^{5a+3}$
118. $y^{2m+3} \cdot y^{5m-7}$
119. $w^{2a-5} \cdot w^{3a-2}$
120. $d^{-4x+7} \cdot d^{5x-6}$
121. $\dfrac{x^{2w+3}}{x^{w-4}}$
122. $\dfrac{y^{5m-1}}{y^{7m-1}}$
123. $(x^{3p+5})(x^{2p-3})$
124. $(s^{2t-3})(s^{-t+5})$
125. $x^{-m}(x^{3m+2})$
126. $y^{3b+2} \cdot y^{2b+4}$
127. $\dfrac{30m^{a+b}n^{b-a}}{6m^{a-b}n^{a+b}}$
128. $\dfrac{24x^{c+3}y^{d+4}}{8x^{c-4}y^{d+6}}$

129. **a)** ¿Para qué valores de x es $x^4 > x^3$?
b) ¿Para qué valores de x es $x^4 < x^3$?
c) ¿Para qué valores de x es $x^4 = x^3$?
d) ¿Por qué no puede decir que $x^4 > x^3$?

130. ¿3^{-8} es mayor o menor que 2^{-8}? Explique.

131. **a)** Explique por qué $(-1)^n = 1$ para cualquier número par n.
b) Explique por qué $(-1)^n = -1$ para cualquier número impar n.

132. **a)** Explique por qué $(-12)^{-8}$ es positivo.
b) Explique por qué $(-12)^{-7}$ es negativo.

133. **a)** ¿$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$ es igual a $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$?
b) ¿$(x)^{-2}$ será igual a $(-x)^{-2}$ para todos los números reales, excepto 0? Explique su respuesta.

134. **a)** ¿$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$ es igual a $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$?
b) ¿$(x)^{-3}$ será igual a $(-x)^{-3}$ para cualquier número real distinto de cero? Explique.
c) ¿Cuál es la relación entre $(-x)^{-3}$ y $(x)^{-3}$ para cualquier número real distinto de cero x?

Determine cuáles exponentes deben ser colocados en el área sombreada para hacer verdadera cada proposición. Cada área sombreada puede representar un exponente diferente. Explique cómo determinó su respuesta.

135. $\left(\dfrac{x^2y^{-2}}{x^{-3}y^{\square}}\right)^2 = x^{10}y^2$

136. $\left(\dfrac{x^{-2}y^3z}{x^4y^{\square}z^{-3}}\right)^3 = \dfrac{z^{12}}{x^{18}y^6}$

137. $\left(\dfrac{x^{\square}y^5z^{-2}}{x^4y^{\square}z}\right)^{-1} = \dfrac{x^5z^3}{y^2}$

Retos

En la sección 7.2 aprenderemos que las reglas de los exponentes dadas en esta sección también se aplican cuando los exponentes son números racionales. Usando esta información y las reglas de los exponentes, evalúe cada expresión.

138. $\left(\dfrac{x^{1/2}}{x^{-1}}\right)^{3/2}$

139. $\left(\dfrac{x^{5/8}}{x^{1/4}}\right)^3$

140. $\left(\dfrac{x^4}{x^{-1/2}}\right)^{-1}$

141. $\dfrac{x^{1/2}y^{-3/2}}{x^5y^{5/3}}$

142. $\left(\dfrac{x^{1/2}y^4}{x^{-3}y^{5/2}}\right)^2$

Actividad en grupo

Analice y responda en grupo el ejercicio 143.

143. Duplicación de un centavo El día 1 se le da un centavo. En cada día siguiente se le da el doble de la cantidad que se le dio el día anterior.
a) Escriba las cantidades que se le darían en cada uno de los primeros 6 días.
b) Exprese cada uno de estos números como una expresión exponencial con una base de 2.
c) Buscando un patrón, determine una expresión exponencial para el número de centavos que recibirá el día 10.
d) Escriba una expresión exponencial general para el número de centavos que recibirá el día n.
e) Escriba una expresión exponencial para el número de centavos que recibirá el día 30.
f) Calcule el valor de la expresión en la parte **e)**. Utilice una calculadora si tiene alguna disponible.
g) Determine la cantidad, en dólares, que encontró en la parte **f)**.
h) Escriba una expresión exponencial general para el número de dólares que recibirá en el día n.

Ejercicios de repaso acumulativo

[1.2] **144.** Si $A = \{3, 4, 6\}$ y $B = \{1, 2, 5, 9\}$, determine
a) $A \cup B$ y
b) $A \cap B$.

145. Ilustre el conjunto siguiente en la recta numérica: $\{x | -3 \leq x < 2\}$.

[1.4] **146.** Evalúe $8 + |12| \div |-3| - 4 \cdot 2^2$.

147. Evalúe $\sqrt[3]{-125}$.

1.6 Notación científica

1 Escribir números en notación científica

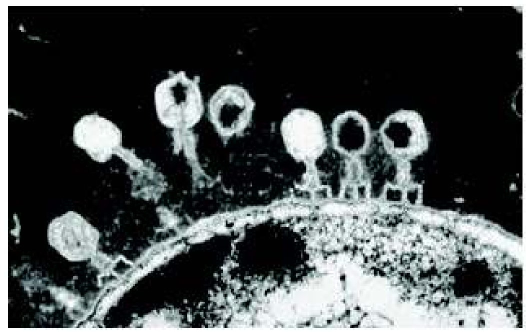
2 Cambiar números en notación científica a forma decimal

3 Usar notación científica en la resolución de problemas

1 Escribir números en notación científica

Con frecuencia, científicos e ingenieros tratan con números muy grandes y muy pequeños. Por ejemplo, la frecuencia de la señal de una radio FM puede ser de 14,200,000,000 hertz (o ciclos por segundo) y el diámetro de un átomo de hidrógeno es de alrededor de 0.0000000001 metros. Ya que es difícil trabajar con muchos ceros, los científicos suelen expresar tales números con exponentes. Por ejemplo, el número 14,200,000,000 podría escribirse como 1.42×10^{10} y 0.0000000001 como 1×10^{-10}. Los números como 1.42×10^{10} y 1×10^{-10} están en la forma llamada **notación científica**. En notación científica, los números se expresan como $a \times 10^n$, donde $1 \leq a < 10$ y n es un entero. Cuando una potencia de 10 no tiene coeficiente numérico, como en 10^5, suponemos que el coeficiente numérico es 1. Así, 10^5 significa 1×10^5 y 10^{-4} significa 1×10^{-4}.

El diámetro de esta galaxia es de alrededor de 1×10^{21} metros.



El diámetro de estos virus (las figuras semejantes a hongos que se desprenden de la superficie) es de casi 1×10^{-7} metros.

Ejemplos de números en notación científica

3.2×10^6 $\quad$ 4.176×10^3 $\quad$ 2.64×10^{-2}

Lo siguiente muestra el número 32,400 cambiado a notación científica.

$$
\begin{aligned}
32.400 &= 3.24 \times 10{,}000 \\
&= 3.24 \times 10^4 \qquad (10{,}000 = 10^4)
\end{aligned}
$$

Hay cuatro ceros en 10,000, el mismo número que el exponente en 10^4. El procedimiento para escribir un número en notación científica es el siguiente.

Para escribir un número en notación científica

1. Mueva el punto decimal en el número a la derecha del primer dígito distinto de cero. Esto da un número mayor o igual a 1 y menor que 10.
2. Cuente el número de lugares que movió el punto decimal en el paso 1. Si el número original es 10 o mayor, la cuenta se considera positiva. Si el número original es menor que 1, la cuenta se considera negativa.
3. Multiplique el número obtenido en el paso 1 por 10 elevado a la cuenta (potencia) que encontró en el paso 2.

EJEMPLO 1 Escriba los números siguientes en notación científica.

a) 68,900 $\quad$ **b)** 0.000572 $\quad$ **c)** 0.0074

Solución

a) El punto decimal en 68,900 está a la derecha del último cero.

$$68{,}900. = 6.89 \times 10^4$$

El punto decimal se mueve cuatro lugares. Como el número original es mayor que 10, el exponente es positivo.

b) $0.000572 = 5.72 \times 10^{-4}$

El punto decimal se mueve cuatro lugares. Como el número original es menor que 1, el exponente es negativo.

c) $0.0074 = 7.4 \times 10^{-3}$

▸ Ahora resuelva el ejercicio 11

2 Cambiar números en notación científica a forma decimal

En ocasiones, puede necesitar convertir un número escrito en notación científica a su forma decimal. El procedimiento a realizar es como sigue.

Para convertir un número en notación científica a forma decimal

1. Observe el exponente en la base 10.
2. **a)** Si el exponente es positivo, el punto decimal en el número, muévalo hacia la derecha el mismo número de lugares que el exponente. Puede ser necesario agregar ceros al número. Esto tendrá como resultado un número mayor o igual a 10.
   b) Si el exponente es cero, el punto decimal en el número no se mueve de su posición actual. Quite el factor 10^0. Esto resultará en un número mayor o igual a 1 pero menor que 10.
   c) Si el exponente es negativo, el punto decimal en el número, muévalo hacia la izquierda el mismo número de lugares que el exponente. Puede necesitar agregar ceros. Esto resultará en un número menor que 1.

EJEMPLO 2 ▸ Escriba los números siguientes sin exponentes.

a) 2.1×10^4 **b)** 8.73×10^{-3} **c)** 1.45×10^8

Solución

a) Mueva el punto decimal cuatro lugares hacia la derecha.

$$2.1 \times 10^4 = 2.1 \times 10{,}000 = 21{,}000$$

b) Mueva el punto decimal tres lugares hacia la izquierda.

$$8.73 \times 10^{-3} = 0.00873$$

c) Mueva el punto decimal ocho lugares hacia la derecha.

$$1.45 \times 10^8 = 145{,}000{,}000$$

▸ Ahora resuelva el ejercicio 25

3 Usar notación científica en la resolución de problemas

Podemos utilizar las reglas de los exponentes cuando trabajamos con números escritos en notación científica, como se ilustra en las aplicaciones siguientes.

EJEMPLO 3 ▸ **Deuda pública por persona** La deuda pública es el monto total que el gobierno federal de Estados Unidos adeuda a prestadores en la forma de bonos del gobierno. El 1 de julio de 2005, la deuda pública de Estados Unidos era aproximadamente $7,858,000,000,000 (7 billones, 858 mil millones de dólares). La población de Estados Unidos en esa fecha era de alrededor de 296,000,000.

a) Determine la deuda promedio por persona de Estados Unidos (deuda per cápita).

b) El 1 de julio de 1982, la deuda de Estados Unidos fue de alrededor de $1,142,000,000,000. ¿Cuánto mayor fue la deuda en 2005 que en 1982?

c) ¿Cuántas veces fue mayor la deuda en 2005 que en 1982?

Solución

a) Para determinar la deuda per cápita, dividimos la deuda pública entre la población.

$$\frac{7{,}858{,}000{,}000{,}000}{296{,}000{,}000} = \frac{7.858 \times 10^{12}}{2.96 \times 10^{8}} \approx 2.65 \times 10^{12-8} \approx 2.65 \times 10^{4} \approx 26{,}500$$

Así, la deuda per cápita fue de casi \$26,500. Esto significa que si los ciudadanos de Estados Unidos deseasen "compartir los gastos" y saldar la deuda federal, le tocaría alrededor de \$26,500 a cada hombre, mujer y niño de Estados Unidos.

b) Necesitamos encontrar la diferencia en la deuda entre 2005 y 1982.

$$\begin{aligned} 7{,}858{,}000{,}000{,}000 - 1{,}142{,}000{,}000{,}000 &= 7.858 \times 10^{12} - 1.142 \times 10^{12} \\ &(7.858 - 1.142) \times 10^{12} \\ &6.716 \times 10^{12} \\ &6{,}716{,}000{,}000{,}000 \end{aligned}$$

La deuda pública de Estados Unidos fue \$6,716,000,000,000 mayor en 2005 que en 1982.

c) Para determinar cuántas veces fue mayor la deuda pública de 2005, dividimos la deuda de 2005 entre la deuda de 1982 como sigue:

$$\frac{7{,}858{,}000{,}000{,}000}{1{,}142{,}000{,}000{,}000} = \frac{7.858 \times 10^{12}}{1.142 \times 10^{12}} \approx 6.88$$

Así, la deuda pública de 2005 fue casi 6.88 veces mayor que en 1982.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 87

EJEMPLO 4 ▸ Recaudación de impuestos Los datos para las gráficas en la **figura 1.11** se tomaron del sitio web de la Oficina de Censos de Estados Unidos. Las gráficas muestran la recaudación estatal acumulada de impuestos en 2004. Hemos dado los montos recolectados en notación científica.

FIGURA 1.11

a) Determine, usando notación científica, cuánto dinero se recolectó en impuestos sobre percepciones personales en 2004.

b) Determine, usando notación científica, cuánto dinero más se recaudó en impuestos a ventas y facturación brutas que en impuestos por ingresos empresariales netos.

Solución

a) En 2004, 33% de los \$5,935 $\times 10^{11}$ se recaudaron de impuestos en percepciones personales. En forma decimal, 33% es 0.33 y en notación científica 33% es 3.3×10^{-1}. Para determinar 33% de \$5,935 $\times 10^{11}$, multiplicamos usando la notación científica como sigue.

$$\begin{aligned}
\text{recaudación de impuestos en percepciones personales} &= (3.3 \times 10^{-1})(5.935 \times 10^{11})\\
&= (3.3 \times 5.935)(10^{-1} \times 10^{11})\\
&= 19.5855 \times 10^{-1+11}\\
&= 19.5855 \times 10^{10}\\
&= 1.95855 \times 10^{11}
\end{aligned}$$

Así, en 2004 se recaudaron alrededor de $\$1.95855 \times 10^{11}$ o \$195,855,000,000 por percepciones personales.

b) En 2004, se recolectó 50% de ventas y facturación brutas y se recolectó 5% de impuestos a ingresos netos empresariales. Para determinar cuánto dinero más se recaudó de ventas y facturación brutas que de impuestos a ingresos netos empresariales, primero determinamos la diferencia entre los dos porcentajes.

$$\text{diferencia} = 50\% - 5\% = 45\%$$

Para determinar 45% de $\$5.935 \times 10^{11}$, cambiamos 45% a notación científica y luego multiplicamos.

$$45\% = 0.45 = 4.5 \times 10^{-1}$$

$$\begin{aligned}
\text{diferencia en recaudación de impuestos} &= (4.5 \times 10^{-1})(5.935 \times 10^{11})\\
&= (4.5 \times 5.935)(10^{-1} \times 10^{11})\\
&= 26.7075 \times 10^{10}\\
&= 2.67075 \times 10^{11}
\end{aligned}$$

Por tanto, se recaudó alrededor de $\$2.67075 \times 10^{11}$ o \$267,075,000,000 más de dinero en impuesto a ventas y facturación brutas que de impuestos a ingresos empresariales netos.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 95

CÓMO UTILIZAR SU CALCULADORA

En una calculadora científica o graficadora el producto (8,000,000)(400,000) podría mostrarse como 3.2^{12} o 3.2E12. Ambos representan 3.2×10^{12}, o sea 3,200,000,000,000.

Para introducir números en notación científica en una calculadora científica o en una calculadora graficadora, por lo común utiliza las teclas $\boxed{\text{EE}}$ o $\boxed{\text{EXP}}$ Para introducir 4.6×10^{8}, debe presionar 4.6 $\boxed{\text{EE}}$ 8 o bien 4.6 $\boxed{\text{EXP}}$ 8. La pantalla de su calculadora podría mostrar 4.6^{08} o bien 4.6E8.8.

En la TI-84 Plus aparece EE abajo de la tecla $\boxed{,}$. Así, para introducir (8,000,000)(400,000) en notación científica debería presionar

respuesta que se muestra

$$8\ \underbrace{\boxed{2^{\text{nd}}}\ \boxed{,}}_{\text{para obtener EE}}\ 6\ \boxed{\times}\ 4\ \underbrace{\boxed{2^{\text{nd}}}\ \boxed{,}}_{\text{para obtener EE}}\ 5\ \boxed{\text{ENTER}}\ 3.2\text{E}12$$

CONJUNTO DE EJERCICIOS 1.6

MathXL® MyMathLab

Ejercicios de concepto/redacción

1. ¿Cuál es la forma de un número en notación científica?
2. ¿Puede 1×10^{n} ser un número negativo para algún entero positivo n? Explique.
3. ¿Cuál es mayor, 1×10^{-2} o 1×10^{-3}? Explique.
4. ¿Puede 1×10^{-n} ser un número negativo para algún entero positivo n? Explique.

Práctica de habilidades

Expresse cada número en notación científica.

5. 3700 **6.** 860 **7.** 0.041 **8.** 0.000000718

9. 760,000 **10.** 9,260,000,000 **11.** 0.00000186 **12.** 0.00000914

13. 5,780,000 **14.** 0.0000723 **15.** 0.000106 **16.** 452,000,000

Exprese cada número sin exponentes.

17. 3.1×10^4 **18.** 5×10^8 **19.** 2.13×10^{-5} **20.** 5.78×10^{-5}

21. 9.17×10^{-1} **22.** 5.4×10^1 **23.** 8×10^6 **24.** 7.6×10^4

25. 2.03×10^5 **26.** 9.25×10^{-6} **27.** 1×10^6 **28.** 1×10^{-8}

Exprese cada valor sin exponentes.

29. $(4 \times 10^5)(6 \times 10^2)$ **30.** $(7.6 \times 10^{-3})(1.2 \times 10^{-1})$ **31.** $\dfrac{8.4 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-4}}$

32. $\dfrac{8.5 \times 10^3}{1.7 \times 10^{-2}}$ **33.** $\dfrac{9.45 \times 10^{-3}}{3.5 \times 10^2}$ **34.** $(5.2 \times 10^{-3})(4.1 \times 10^5)$

35. $(8.2 \times 10^5)(1.4 \times 10^{-2})$ **36.** $(6.3 \times 10^4)(3.7 \times 10^{-8})$ **37.** $\dfrac{1.68 \times 10^4}{5.6 \times 10^7}$

38. $\dfrac{7.2 \times 10^{-2}}{3.6 \times 10^{-6}}$ **39.** $(9.1 \times 10^{-4})(7.4 \times 10^{-4})$ **40.** $\dfrac{8.6 \times 10^{-8}}{4.3 \times 10^{-6}}$

Exprese cada valor en notación científica.

41. $(0.03)(0.0005)$ **42.** $(2500)(7000)$ **43.** $\dfrac{35{,}000{,}000}{7000}$

44. $\dfrac{560{,}000}{0.0008}$ **45.** $\dfrac{0.00069}{23{,}000}$ **46.** $\dfrac{0.000012}{0.000006}$

47. $(47{,}000)(35{,}000{,}000)$ **48.** $\dfrac{0.0000286}{0.00143}$ **49.** $\dfrac{1008}{0.0021}$

50. $\dfrac{0.018}{160}$ **51.** $\dfrac{0.00153}{0.00051}$ **52.** $(0.0015)(0.00038)$

Exprese cada valor en notación científica. Redondee los números decimales al milésimo más cercano.

53. $(4.78 \times 10^9)(1.96 \times 10^5)$ **54.** $\dfrac{4.44 \times 10^3}{1.11 \times 10^1}$

55. $(7.23 \times 10^{-3})(1.46 \times 10^5)$ **56.** $(5.71 \times 10^5)(4.7 \times 10^{-3})$

57. $\dfrac{4.36 \times 10^{-4}}{8.17 \times 10^{-7}}$ **58.** $\dfrac{6.45 \times 10^{25}}{3.225 \times 10^{15}}$

59. $(4.89 \times 10^{15})(6.37 \times 10^{-41})$ **60.** $(4.36 \times 10^{-6})(1.07 \times 10^{-6})$

61. $(8.32 \times 10^3)(9.14 \times 10^{-31})$ **62.** $\dfrac{3.71 \times 10^{11}}{4.72 \times 10^{-9}}$

63. $\dfrac{1.5 \times 10^{35}}{4.5 \times 10^{-26}}$ **64.** $(4.9 \times 10^5)(1.347 \times 10^{31})$

Notación científica *En los ejercicios del 65 al 78, escriba en notación científica cada número que aparece en itálicas.*

65. A la NASA le cuesta más de $*850 millones* enviar las naves *Spirit* y *Opportunity* a *Marte*.

66. La distancia entre el Sol y la Tierra es alrededor de *93 millones* de millas.

67. El costo promedio para un anuncio de 30 segundos en el Súper Bowl *XXIX* fue de $*2.4 millones*.

68. De acuerdo con la Oficina de Censos de Estados Unidos, la población mundial en 2050 será de alrededor de *9.2 mil millones* de personas.

69. De acuerdo con el 2005 *World Almanac and Fact Book*, el hombre más rico del mundo es Bill Gates de la compañía Microsoft, que tiene una fortuna de casi $*52.8 mil millones*.

70. El presupuesto federal de Estados Unidos en 2006 fue de alrededor de $*2.56 billones*.

71. En 2006, la deuda de Estados Unidos era de alrededor de $*9.1 billones*.

72. La velocidad de la luz es alrededor de *186,000* millas por segundo.
73. Un centímetro = *0.00001* hectómetro.
74. Un mililitro = *0.000001* kilolitro
75. Una pulgada ≈ *0.0000158* milla.
76. Una onza ≈ *0.00003125* ton.
77. Un miligramo = *0.000000001* tonelada métrica.
78. Cierta computadora puede realizar un cálculo en *0.0000001* segundo.

Resolución de problemas

79. Explique cómo puede dividir con rapidez un número dado en notación científica entre
   a) 10,
   b) 100,
   c) 1 millón.
   d) Divida 6.58×10^{-4} entre un millón. Deje su respuesta en notación científica.
80. Explique cómo puede multiplicar rápidamente un número dado en notación científica por
   a) 10,
   b) 100,
   c) 1 millón.
   d) Multiplique 7.59×10^{7} por un millón. Deje su respuesta en notación científica.
81. **Experimento científico** Durante un experimento científico encontró que la respuesta correcta es 5.25×10^{4}.
   a) Si por error escribe la respuesta como 4.25×10^{4}, ¿por cuánto es errónea su respuesta?
   b) Si por error escribe su respuesta como 5.25×10^{5}, ¿por cuánto es errónea su respuesta?
   c) ¿Cuál de los dos errores es más grave? Explique.
82. **Órbita de la Tierra**
   a) La Tierra completa su órbita de 5.85×10^{8} millas alrededor del Sol en 365 días. Determine la distancia recorrida por día.
   b) La velocidad de la Tierra es alrededor de ocho veces más rápida que la de una bala. Estime la velocidad de una bala en millas por hora.

83. **Distancia al Sol** La distancia entre la Tierra y el Sol es de 93,000,000 millas. Si una nave espacial viaja a una velocidad de 3,100 millas por hora, ¿cuánto tardará en llegar al Sol?
84. **Universo** Hemos demostrado que existen al menos mil trillones, 10^{21}, de estrellas en el Universo.
   a) Escriba el número sin exponentes.
   b) ¿Cuántos millones de estrellas es esto? Explique cómo determinó su respuesta para la parte **b)**.
85. **Poblaciones de Estados Unidos y del mundo** La población de Estados Unidos el 1 de septiembre de 2006 se estimó en 2.995×10^{8}. En ese día la población del mundo era de casi 6.536×10^{9}.
   Fuente: Oficina de Censos de Estados Unidos.
   a) ¿Cuántas personas vivían fuera de Estados Unidos en 2005?
   b) ¿Qué porcentaje de la población mundial vivía en Estados Unidos en 2005?
86. **El puente New River George** El puente New River George, que se muestra abajo, tiene una longitud de 3030.5 pies. Se terminó en 1977 cerca de Fayetteville, Virginia del Oeste, y es el arco de acero con mayor amplitud en el mundo. Su peso total es de 8.80×10^{7} libras y el de su pieza más pesada es de 1.84×10^{5} libras.
   a) ¿Cuántas veces es mayor el peso total del puente que el peso de la pieza más pesada?
   b) ¿Cuál es la diferencia de pesos entre el peso total del puente y el peso de la pieza más pesada?

87. **Producto Nacional Bruto** El producto nacional bruto (PNB) es una medida de la actividad económica. El PNB es la cantidad total de bienes y servicios producidos en un país en un año. En 2005, el PNB para Estados Unidos fue de casi \$11.728 billones y la población de Estados Unidos era de alrededor de 296.5 millones.
   Fuente: Sitio web del Tesoro de Estados Unidos.
   a) Escriba cada uno de estos números en notación científica.
   b) Determine el PNB *per cápita* dividiendo el PNB entre la población de Estados Unidos.
88. **Producto Nacional Bruto** EN 2003, el PNB (vea el ejercicio 87) del mundo fue de alrededor de \$36.356 billones y la población mundial fue de alrededor de 6.3 mil millones de personas.
   Fuente: Sitio web del Tesoro de Estados Unidos y www.en.wikipedia.org/wiki
   a) Escriba cada uno de estos números en notación científica.
   b) Determine el PNB *per capita* dividiendo el PNB entre la población mundial.
89. **Densidad de población** La densidad de población (personas por kilómetro cuadrado) se determina dividiendo la población de un país entre su área. Determine la densidad de población de China, si su población en 2005 fue 1.29×10^{9} y el

área de su territorio era 9.8×10^6 kilómetros cuadrados. (Redondee su respuesta a la unidad más cercana).

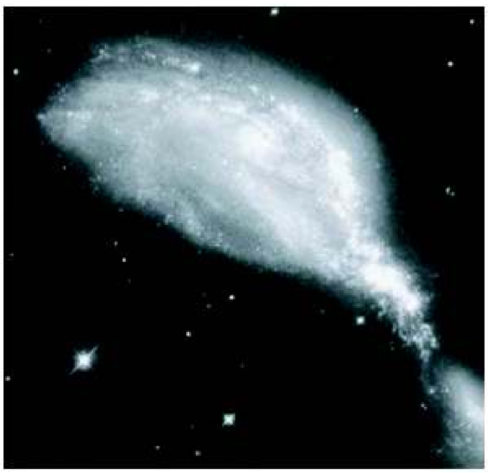
90. Densidad de población Determine la densidad poblacional (vea el ejercicio 89) de India, si su población en 2005 fue 1.095×10^9 personas y su área es 3.2×10^6 kilómetros cuadrados. (Redondee su respuesta a la unidad más cercana).

91. Reciclaje de plástico En Estados Unidos sólo alrededor de 5% de las 4.2×10^9 libras de plástico usado se recicla anualmente.

a) ¿Cuántas libras se reciclan cada año?

b) ¿Cuántas libras no se reciclan anualmente?

92. Distancia a Próxima Centauri La distancia de la Tierra al Sol es de alrededor de 150 millones de kilómetros. La siguiente estrella más cercana a la Tierra es Próxima Centauri. Está casi 268,000 veces más alejada de la Tierra que del Sol. Aproxime la distancia de Próxima Centauri a la Tierra. Escriba su respuesta en notación científica.

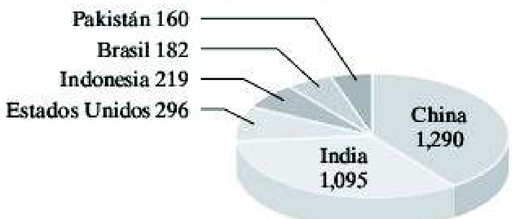


Próxima Centauri

Fuente: sitio web de la NASA.

93. Países más poblados En 2005, los seis países más poblados contaban con 3,242,000,000 personas del total de 6,446,000,000 de la población total del mundo. Los seis países más poblados en 2005 se muestran en la gráfica siguiente, junto con la población de cada país.

Los seis países más poblados (población en millones)



Fuente: Oficina de Censos de Estados Unidos
Nota: China incluye China continental y Taiwán.

a) ¿Cuántas personas más vivían en China que en Estados Unidos?

b) ¿Qué porcentaje de la población mundial vivía en China?

c) Si el área de China es 3.70×10^6 millas cuadradas, determine la densidad de población de China (personas por milla cuadrada).

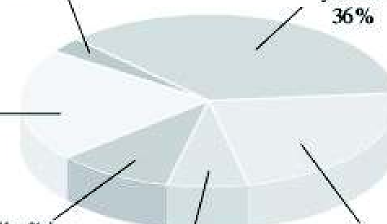
d) Si el área de Estados Unidos es 3.62×10^6 millas cuadradas, determine la densidad de población de Estados Unidos.*

94. Población mundial Se requirió el desarrollo total de la historia de la humanidad para que la población mundial alcanzara 6.52×10^9 personas en el año 2006. A las tasas actuales, la población mundial se duplicará en alrededor de 62 años.

a) Estime la población mundial en 2068.

b) Suponiendo años de 365 días, estime el número promedio de personas que se agregan a la población mundial cada día entre 2006 y 2068.

95. Gasto federal La gráfica siguiente apareció en la página 81 del folleto de impuestos Internal Revenue Service Form del 2005. La gráfica muestra la distribución del gasto (desembolso) del gobierno federal en el Año Fiscal (AF) 2004. El gasto total del desembolso del gobierno federal en el AF 2004 fue $\$2.3 \times 10^{12}$.



Utilice esta gráfica circular para responder las preguntas siguientes. Escriba todas las respuestas en notación científica.

a) ¿Cuál fue el gasto en el AF 2004 destinado al gobierno general y aplicación de la ley?

b) ¿Cuánto se destinó, en el AF 2004, en Seguridad Social, Gastos Médicos y otros programas de retiro?

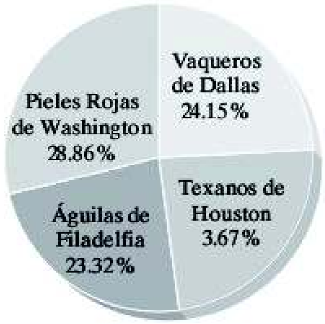
c) ¿Cuál fue el gasto destinado en el AF 2004 a todos los programas, distintos al pago de interés de la deuda nacional?

96. Ingresos en el Fútbol en la NFL En 2004, los 32 equipos de la NFL generaron más de \$5 mil millones en ingresos. Los cuatro equipos que generaron los mayores ingresos fueron Washington Redskins, Dallas Cowboys, Philadelphia Eagles y Houston Texans (Pieles Rojas de Washington, Vaqueros de Dallas, Águilas de Filadelfia y Texanos de Houston). El ingreso de estos cuatro equipos fue $\$8.49 \times 10^8$. La gráfica en la página siguiente muestra la distribución en porcentaje de los $\$8.49 \times 10^8$ entre estos cuatro equipos.

* El 1 de julio de 2005, la región con la mayor densidad de población es Macao con una densidad de población de 45,978 personas por milla cuadrada. El país con la densidad de población más grande es Mónaco, con una densidad de población de 42,172 personas por milla cuadrada.

Utilice esta gráfica para responder las preguntas siguientes.

Los cuatro equipos de la NFL que generaron mayor ingreso, total de 8.49×10^8



Fuente: NFL, *Forbes Magazine*, *The Washington Post* (8 de enero de 2005)

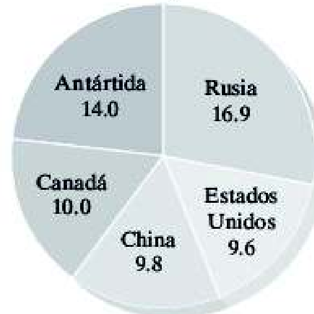
a) Determine el ingreso para Dallas Cowboys y Houston Texans. Exprese su respuesta en notación científica.

b) ¿Cuál es la diferencia en el ingreso entre Dallas Cowboys y Houston Texans?

c) Si el ingreso total de los 32 equipos fue de $5 mil millones en 2004, ¿qué porcentaje del ingreso total tuvieron estos cuatro equipos? Exprese su respuesta al por ciento más cercano.

97. Área territorial El área territorial, en kilómetros cuadrados, para los cinco países más grandes de nuestro planeta se da en la gráfica siguiente.

Área territorial (en millones de kilómetros cuadrados)



Fuente: www.world-gazetteer.com

a) ¿Cuál es el área territorial de los cinco países más grandes? Escriba su respuesta en notación científica.

b) ¿Cuánto mayor es el área de la Antártida que la de Estados Unidos? Escriba su respuesta en notación científica.

Retos

98. Año-luz Un *año-luz* es la distancia que la luz recorre en 1 año.

a) Determine el número de millas en un año luz, si la luz viaja a 1.86×10^5 millas *por segundo*.

b) Si la Tierra está a 93,000,000 millas del Sol, ¿cuánto tarda la luz del Sol en llegar a la Tierra?

c) Nuestra galaxia, la Vía Láctea, tiene una longitud de casi 6.25×10^{16} millas. Si una nave espacial viajase a la mitad de la velocidad de la luz, ¿cuánto tardaría en ir de un extremo a otro de la galaxia?

Resumen del capítulo 1

HECHOS Y CONCEPTOS IMPORTANTES	EJEMPLOS
Sección 1.2	
Una **variable** es una letra utilizada para representar varios número. Una **constante** es una letra que se usa para representar un valor particular. Una **expresión algebraica** (o **expresión**) es cualquier combinación de números, variables, exponentes, símbolos matemáticos y operaciones.	Por lo común, x y y se utilizan para las variables. Si h es el número de horas en un día, entonces $h = 24$, una constante $3x^2(x - 2) + 2x$ es una expresión algebraica.
Un **conjunto** es una colección de objetos. Los **objetos** se denominan **elementos**. La **forma de lista** es un conjunto que tiene listados sus elementos dentro de un par de llaves. Un primer conjunto es un **subconjunto** de un segundo conjunto cuando cada elemento del primer conjunto también es elemento del segundo conjunto. El **conjunto nulo**, o **conjunto vacío**, se simboliza { } o ∅, no tiene elementos.	Si $A = \{\text{azul, verde, rojo}\}$, entonces azul, verde y rojo son los elementos de A. $\{1, 3, 5\}$ es un subconjunto de $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ El conjunto de personas vivas con más de 200 años de edad es un conjunto vacío.

HECHOS Y CONCEPTOS IMPORTANTES	EJEMPLOS

Sección 1.2 (continuación)

Símbolos de desigualdad

$>$ se lee "es mayor que".
$\geq$ se lee "es mayor o igual a".
$<$ se lee "es menor que".
$\leq$ se lee "es menor o igual a"
$\neq$ se lee "no es igual a".

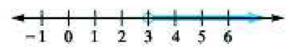
$6 > 2$ se lee, 6 es mayor que 2
$5 \geq 5$ se lee, 5 es mayor o igual a 5
$-4 < 3$ se lee, -4 es menor que 3
$-10 \leq -1$ se lee, -10 es menor o igual a -1
$-5 \neq 17$ se lee, -5 no es igual a 17

Las desigualdades pueden graficarse en una recta numérica.
La notación constructiva de conjuntos tiene la forma

$$\{\ x \mid x \text{ tiene la propiedad } p\ \}$$

El conjunto de — todos los elementos x — tales que — x tiene la propiedad dada

$x > 3$



$\{x \mid -1 \leq x < 2\}$

Conjuntos importantes de números reales

Números reales — $\mathbb{R} = \{x \mid x \text{ es un punto en una recta numérica}\}$
Números naturales o de conteo — $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$
Números enteros no negativos — $W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$
Números enteros — $I = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$
Números racionales — $Q = \left\{\frac{p}{q} \middle| p \text{ y } q \text{ son enteros, } q \neq 0\right\}$
Números irracionales — $I = \{x \mid x \text{ es un número real que no es racional}\}$

La **unión** del conjunto A y el conjunto B, escrita $A \cup B$, es el conjunto de elementos que pertenecen al conjunto A *o* al conjunto B.
La **intersección** del conjunto A y el conjunto B, escrita $A \cap B$, es el conjunto de todos los elementos que son comunes a ambos conjuntos A *y* B.

Dados $A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ y $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$
entonces $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$A \cap B = \{3, 5, 7\}$.

Sección 1.3

Inverso aditivo

Para cualquier número real a, su inverso aditivo es $-a$.

-8 es el inverso aditivo de 8

Propiedad del doble negativo

Para cualquier número real a, $-(-a) = a$.

$-(-5) = 5$

Valor absoluto

Si a representa cualquier número real, entonces

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

$|9| = 9, \quad |-9| = 9$

Para sumar dos números con el **mismo signo** (ambos positivos o ambos negativos), sume sus valores absolutos y coloque el signo común antes de la suma.

Sume $-6 + (-8)$.

$$|-6| = 6 \text{ y } |-8| = 8$$
$$|-6| + |-8| = 6 + 8 = 14$$

Por lo tanto, $-6 + (-8) = -14$.

HECHOS Y CONCEPTOS IMPORTANTES	EJEMPLOS
Sección 1.3 (continuación)	
Para sumar dos números con **signos diferentes** (uno positivo y el otro negativo), reste el valor absoluto más pequeño del mayor valor absoluto. La respuesta tiene el signo del número con mayor valor absoluto.	Suma $8 + (-2)$. $8 + (-2) = \|8\| - \|-2\| = 8 - 2 = 6$ Por lo tanto, $8 + (-2) = 6$.
Resta de números reales $a - b = a + (-b)$	$-14 - 10 = -14 + (-10) = -24$
Para multiplicar dos números con **signos iguales**, ambos positivos o ambos negativos, multiplique sus valores absolutos. La respuesta es **positiva**.	$(-1.6)(-8.9) = 14.24$
Para multiplicar dos números con **signos diferentes**, uno positivo y el otro negativo, multiplique sus valores absolutos. La respuesta es **negativa**.	$21\left(-\frac{1}{7}\right) = -3$
Propiedad multiplicativa del cero Para cualquier número a, $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$	$0 \cdot 5 = 0$
División entre cero Para cualquier número real $a \neq 0$, entonces $\frac{a}{0}$ no está definida.	$\frac{7}{0}$ no es definida
División de dos números reales **1.** Para dividir dos números reales con **signos iguales**, ambos positivos o ambos negativos, divida sus valores absolutos. La respuesta es **positiva**.	$\frac{-8}{-2} = 4$
2. Para dividir dos números con **signos diferentes**, uno positivo y el otro negativo, divida sus valores absolutos. La respuesta es **negativa**.	$\frac{-21}{7} = -3$
Propiedades de los números reales. Para números reales a, b, c.	
Propiedad conmutativa $a + b = b + a$; $a \cdot b = b \cdot a$	$6 + 7 = 7 + 6$; $3 \cdot 16 = 16 \cdot 3$
Propiedad asociativa $(a + b) + c = a + (b + c)$; $(ab)c = a(bc)$	$(5 + 4) + 11 = 5 + (4 + 11)$; $(8 \cdot 2) \cdot 15 = 8 \cdot (2 \cdot 15)$
Propiedad de la identidad $a + 0 = 0 + a = a$; $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$	$31 + 0 = 0 + 31 = 31$; $6 \cdot 1 = 1 \cdot 6 = 6$
Propiedad del inverso $a + (-a) = (-a) + a = 0$; $a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$	$18 + (-18) = -18 + 18 = 0$; $14 \cdot \frac{1}{14} = \frac{1}{14} \cdot 14 = 1$
Propiedad distributiva $a(b + c) = ab + ac$	$9(x + 10) = 9 \cdot x + 9 \cdot 10$

HECHOS Y CONCEPTOS IMPORTANTES	EJEMPLOS
Sección 1.4	
Los **factores** son números o expresiones que se multiplican.	En $3 \cdot 5 = 15$, el 3 y el 5 son factores de 15.
Para cualquier número natural n, b^n es una expresión exponencial tal que $$b^n = \underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot \cdots \cdot b}_{n \text{ factores}}$$	$(-2)^5 = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = -32$
La **raíz cuadrada** de un número $$\sqrt{a} = b \text{ si } b^2 = a$$	$\sqrt{36} = 6$ ya que $6^2 = 36$
La **raíz cúbica** de un número $$\sqrt[3]{a} = b \quad \text{si} \quad b^3 = a$$	$\sqrt[3]{64} = 4$ ya que $4^3 = 64$
La **raíz enésima** de un número $$\sqrt[n]{a} = b \quad \text{si} \quad b^n = a$$	$\sqrt[4]{625} = 5$ ya que $5^4 = 625$
Orden de las operaciones Para evaluar expresiones matemáticas, utilice el orden siguiente: **1.** Primero, evalúe las expresiones dentro de los símbolos de agrupación, incluyendo paréntesis, ( ), corchetes, [ ], llaves { } y valor absoluto | |. Si la expresión contiene símbolos de agrupación anidados (un par de símbolos de agrupación dentro de otro par), primero evalúe la expresión dentro de los símbolos de agrupación más internos. **2.** Después, evalúe todos los términos que tengan exponentes y radicales. **3.** A continuación, evalúe todas las multiplicaciones o divisiones en el orden en el que aparezcan, trabajando de izquierda a derecha. **4.** Por último, evalúe todas las sumas o restas en el orden en que aparezcan, trabajando de izquierda a derecha.	Evalúe $4 + 3 \cdot 9^2 - \sqrt{121}$. $4 + 3 \cdot 9^2 - \sqrt{121} = 4 + 3 \cdot 81 - 11$ $= 4 + 243 - 11$ $= 247 - 11$ $= 236$
Sección 1.5	
Regla del producto para exponentes Si m y n son números naturales y a es cualquier número real, entonces $$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$	$x^8 \cdot x^{15} = x^{8+15} = x^{23}$
Regla del cociente para exponentes Si a es cualquier número real y m y n son enteros diferentes de cero, entonces $$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$	$\frac{z^{21}}{z^{14}} = z^{21-14} = z^7$
Regla del exponente negativo Para cualquier número real, a, diferente de cero y cualquier entero no negativo m, $$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$	$y^{-13} = \frac{1}{y^{13}}$
Elevar una potencia a una potencia (regla de la potencia) Si a es un número real y m y n son números enteros, entonces $$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$	$(c^{-8})^{-5} = c^{(-8)(-5)} = c^{40}$
Regla del exponente cero Si a es cualquier número real distinto de cero, entonces $$a^0 = 1$$	$7x^0 = 7 \cdot 1 = 7$

HECHOS Y CONCEPTOS IMPORTANTES	EJEMPLOS
Sección 1.5 (continuación)	
Elevar un producto a una potencia Si a y b son números reales y m es un entero, entonces $(ab)^m = a^m b^m$	$(8x^6)^2 = 8^2(x^6)^2 = 64x^{12}$
Elevar un cociente a una potencia Si a y b son números reales y m es un entero, entonces $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, \quad b \neq 0$ y $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m, \quad a \neq 0, b \neq 0$	$\left(\frac{2}{r}\right)^3 = \frac{2^3}{r^3} = \frac{8}{r^3}$ $\left(\frac{6}{x^3}\right)^{-5} = \left(\frac{x^3}{6}\right)^5 = \frac{(x^3)^5}{6^5} = \frac{x^{15}}{6^5}$
Sección 1.6	
Un número escrito en **notación científica** tiene la forma $a \times 10^n$, donde $1 \le a < 10$ y n es un entero.	$5.2 \times 10^7, \quad 1.036 \times 10^{-8}$
Para escribir un número en notación científica **1.** Desplace el punto decimal del número hacia la derecha del primer dígito distinto de cero. **2.** Cuente el número de lugares que movió el punto decimal en el paso 1. Si el número original es 10 o mayor, la cuenta es positiva. Si el número original es menor que 1, la cuenta es negativa. **3.** Multiplique el número obtenido en el paso 1 por 10 elevado a la cuenta (potencia) determinada en el paso 2.	$12{,}900 = 1.29 \times 10^4$ $0.035 = 3.5 \times 10^{-2}$
Para convertir un número en notación científica a forma decimal **1.** Observe el exponente de la base 10. **2. a)** Si el exponente es positivo, mueva hacia la derecha el punto decimal en el número el mismo número de lugares que el exponente. **b)** Si el exponente es negativo, mueva hacia la izquierda el punto decimal en el número el mismo número de lugares que el exponente.	$3.08 \times 10^3 = 3080$ $8.76 \times 10^{-4} = 0.000876$

Ejercicios de repaso del capítulo 1

[1.2] *Liste cada conjunto en forma de lista.*

1. $A = \{x|x$ es un número natural entre 3 y 9$\}$.

2. $B = \{x|x$ es un entero no negativo múltiplo de 3$\}$.

Sea N = al conjunto de los naturales, W = conjunto de los enteros no negativos, Z = conjunto de enteros, Q = conjunto de números racionales, I = conjunto de números irracionales y $\mathbb{R}$ = conjunto de números reales. Determine si el primer conjunto es un subconjunto del segundo conjunto para cada pareja de conjuntos.

3. N, W **4.** $Q, \mathbb{R}$ **5.** Q, H **6.** $H, \mathbb{R}$

Considere el conjunto de números $\left\{-2, 4, 6, \frac{1}{2}, \sqrt{7}, \sqrt{3}, 0, \frac{15}{27}, -\frac{1}{5}, 1.47\right\}$. *Liste los elementos del conjunto que son:*

7. números naturales.
8. enteros no negativos.
9. enteros.
10. números racionales.
11. números irracionales.
12. números reales.

Indique si cada proposición es verdadera o falsa.

13. $\frac{0}{1}$ no es un número real.
14. $0, \frac{3}{5}, -2$ y 4 son números racionales.
15. Un número real no puede dividirse entre 0.
16. Todo número racional y todo número irracional son números reales.

Determine $A \cup B$ *y* $A \cap B$, *para cada conjunto A y B.*

17. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
18. $A = \{3, 5, 7, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$
19. $A = \{1, 3, 5, 7, \ldots\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, \ldots\}$
20. $A = \{4, 6, 9, 10, 11\}$, $B = \{3, 5, 9, 10, 12\}$

Ilustre cada conjunto en la recta numérica.

21. $\{x|x > 5\}$
22. $\{x|x \leq -2\}$
23. $\{x|-1.3 < x \leq 2.4\}$
24. $\left\{x \,\middle|\, \frac{2}{3} \leq x < 4 \text{ y } x \in N\right\}$

[1.3] *Inserte* $<, >$, *o* $=$ *en el área sombreada entre los dos números para hacer que cada proposición sea verdadera.*

25. $-3 \;\square\; 0$
26. $-4 \;\square\; -3.9$
27. $1.06 \;\square\; 1.6$
28. $|-8| \;\square\; 8$
29. $|-4| \;\square\; |-10|$
30. $13 \;\square\; |-9|$
31. $\left|-\frac{2}{3}\right| \;\square\; \frac{3}{5}$
32. $-|-2| \;\square\; -6$

Escriba los números en cada lista de menor a mayor.

33. $\pi, -\pi, -3, 3$
34. $0, \frac{3}{5}, 2.7, |-3|$
35. $|-10|, |-5|, 3, -2$
36. $|-3|, -7, |-7|, -3$
37. $-4, 6, -|-3|, 5$
38. $|1.6|, |-2.3|, -2, 0$

Diga el nombre de cada propiedad que se ilustra.

39. $-7(x + 4) = -7x - 28$
40. $rs = sr$
41. $(x + 5) + 2 = x + (5 + 2)$
42. $q + 0 = 0$
43. $5(rs) = (5r)s$
44. $-(-6) = 6$
45. $9(0) = 0$
46. $a + (-a) = 0$
47. $x \cdot \frac{1}{x} = 1$
48. $k + l = 1 \cdot (k + l)$

[1.3, 1.4] *Evalúe.*

49. $8 + 3^2 - \sqrt{36} \div 2$
50. $-4 \div (-2) + 16 - \sqrt{81}$
51. $(7 - 9) - (-3 + 5) + 15$
52. $2|-7| - 4|-6| + 5$
53. $(6 - 9) \div (9 - 6) + 2$
54. $|6 - 3| \div 3 + 4 \cdot 8 - 12$
55. $\sqrt{9} + \sqrt[3]{64} + \sqrt[5]{32}$
56. $3^2 - 6 \cdot 9 + 4 \div 2^2 - 5$
57. $4 - (2 - 9)^0 + 3^2 \div 1 + 3$
58. $5^2 + (-2 + 2^2)^3 + 1$
59. $-3^2 + 14 \div 2 \cdot 3 - 6$
60. $\{[(12 \div 4)^2 - 1]^2 \div 16\}^3$
61. $\dfrac{9 + 7 \div (3^2 - 2) + 6 \cdot 8}{\sqrt{81} + \sqrt{1} - 10}$
62. $\dfrac{-(5 - 7)^2 - 3(-2) + |-6|}{18 - 9 \div 3 \cdot 5}$

Evalúe.

63. Evalúe $2x^2 + 3x + 8$ cuando $x = 2$.
64. Evalúe $5a^2 - 7b^2$ cuando $a = -3$ y $b = -4$.

65. Campaña política El costo de las campañas políticas ha cambiado de forma dramática desde 1952. El monto gastado, en millones de dólares, en todas las elecciones de Estados Unidos, incluyendo elecciones locales, estatales y de oficinas nacionales, partidos políticos, comités de acción política y papelería para la votación, se aproxima por medio de

$$\text{dólares destinados} = 50.86x^2 - 316.75x + 541.48,$$

donde x representa cada periodo de 4 años desde 1948. Sustituya 1 por x para obtener el monto gastado en 1952, 2 por x para obtener el monto gastado en 1956, 3 por x para obtener el monto gastado en 1960, y así sucesivamente.

a) Determine el monto gastado para las elecciones en 1976.

b) Determine el gasto proyectado que se gastará para las elecciones en 2008.

66. Tráfico ferroviario El tráfico ferroviario se ha incrementado de manera continua desde 1965. La razón principal de esto se debe al aumento en los trenes utilizados para transportar bienes por medio de contenedores. Podemos aproximar el monto de la carga transportada en toneladas–milla (1 tonelada-milla es igual a 1 tonelada de carga transportada una milla) mediante

$$\text{carga transportada} = 14.04x^2 + 1.96x + 712.05$$

donde x representa cada periodo de 5 años desde 1960. Sustituya 1 por x para obtener la cantidad de carga en 1965, 2 por x para obtener la cantidad de carga transportada en 1970, 3 por x para 1975, etcétera.

a) Determine la cantidad de carga transportada por medio de trenes en 1980.

b) Determine la cantidad proyectada de carga transportada por medio de trenes en 2010.

[1.5] *Simplifique cada expresión y escriba la respuesta sin exponentes negativos.*

67. $2^3 \cdot 2^2$ **68.** $x^2 \cdot x^3$ **69.** $\dfrac{a^{12}}{a^4}$ **70.** $\dfrac{y^{12}}{y^5}$

71. $\dfrac{b^7}{b^{-2}}$ **72.** $c^3 \cdot c^{-6}$ **73.** $5^{-2} \cdot 5^{-1}$ **74.** $8x^0$

75. $(-9m^3)^2$ **76.** $\left(\dfrac{4}{7}\right)^{-1}$ **77.** $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-3}$ **78.** $\left(\dfrac{x}{y^2}\right)^{-1}$

79. $(5xy^3)(-3x^2y)$ **80.** $(2v^3w^{-4})(7v^{-6}w)$ **81.** $\dfrac{6x^{-3}y^5}{2x^2y^{-2}}$ **82.** $\dfrac{12x^{-3}y^{-4}}{4x^{-2}y^5}$

83. $\dfrac{g^3h^{-6}j^{-9}}{g^{-2}h^{-1}j^5}$ **84.** $\dfrac{21m^{-3}n^{-2}}{7m^{-4}n^2}$ **85.** $\left(\dfrac{4a^2b}{a}\right)^3$ **86.** $\left(\dfrac{x^5y}{-3y^2}\right)^2$

87. $\left(\dfrac{p^3q^{-1}}{p^{-4}q^5}\right)^2$ **88.** $\left(\dfrac{-2ab^{-3}}{c^2}\right)^3$ **89.** $\left(\dfrac{5xy^3}{z^2}\right)^{-2}$ **90.** $\left(\dfrac{9m^{-2}n}{3mn}\right)^{-3}$

91. $(-2m^2n^{-3})^{-2}$ **92.** $\left(\dfrac{15x^5y^{-3}z^{-2}}{-3x^4y^{-4}z^3}\right)^4$ **93.** $\left(\dfrac{2x^{-1}y^5z^4}{3x^4y^{-2}z^{-2}}\right)^{-2}$ **94.** $\left(\dfrac{8x^{-2}y^{-2}z}{-x^4y^{-4}z^3}\right)^{-1}$

[1.6] *Exprese cada número en notación científica.*

95. 0.0000742 **96.** 460,000 **97.** 183,000 **98.** 0.000001

Simplifique cada expresión y exprese la respuesta sin exponentes.

99. $(25 \times 10^{-3})(1.2 \times 10^6)$ **100.** $\dfrac{27 \times 10^3}{9 \times 10^5}$ **101.** $\dfrac{4{,}000{,}000}{0.02}$ **102.** $(0.004)(500{,}000)$

103. Publicidad en línea Las tres compañías con el mayor gasto en publicidad en línea en 2004, se listan a continuación.

Compañía	Monto gastado
SBC Communications	2.86×10^7
Netflix	2.69×10^7
Dell Computers	2.23×10^7

a) ¿Cuánto más gastó SBC Communications que Netflix?

b) ¿Cuánto más gastó Netflix que Dell Computers?

c) ¿Cuántas veces es mayor la cantidad que gastó SBC Communications que la cantidad que gastó Dell Computers?

104. Voyager El 17 de febrero de 1998, la astronave *Voyager I* se convirtió en el explorador más distante en el sistema solar, rompiendo el récord del *Pioneer 10*. El *Voyager* 1, con 28 años de edad, ha recorrido más de 1.4×10^{10} kilómetros desde la Tierra (alrededor de 150 veces la distancia del Sol a la Tierra).

a) Represente 1.4×10^{10} como un número entero.

b) ¿Cuántos miles de millones de kilómetros ha recorrido el *Voyager 1?*

c) Suponiendo que el *Voyager 1* haya recorrido casi el mismo número de kilómetros en cada uno de los 28 años, ¿cuántos kilómetros recorrió en promedio en un año?

d) Si 1 kilómetro ≈ 0.6 millas, ¿qué tan lejos, en millas, ha viajado el *Voyager 1*?

Examen de práctica del capítulo 1

Para determinar el nivel de comprensión del material del capítulo, haga este examen de práctica. Las respuestas y la sección donde se estudia por primera vez el material, se proporcionan en la parte final del libro. Además, cada problema está completamente resuelto en **el CD-Rom que acompaña a este libro.** *Revise el material de aquellas preguntas que respondió de forma incorrecta.*

1. Escriba en forma de lista $A = \{x|x$ es un número natural mayor o igual a $6\}$.

Indique si cada proposición es verdadera o falsa.

2. Todo número real es un número racional.

3. La unión del conjunto de los números racionales y el conjunto de los números irracionales es el conjunto de los números reales.

Considere el conjunto de números $\left\{-\frac{3}{5}, 2, -4, 0, \frac{19}{12}, 2.57, \sqrt{8}, \sqrt{2}, -1.92\right\}$. *Liste los elementos del conjunto que sean*

4. números racionales.

5. números reales.

Determine $A \cup B$ y $A \cap B$ para los conjuntos A y B.

6. $A = \{8, 10, 11, 14\}, B = \{5, 7, 8, 9, 10\}$

7. $A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}, B = \{3, 5, 7, 9, 11\}$

En los ejercicios 8 y 9, ilustre cada conjunto en la recta numérica.

8. $\{x|-2.3 \leq x < 5.2\}$

9. $\left\{x \middle| -\frac{5}{2} < x < \frac{6}{5} \text{ y } x \in I\right\}$

10. Liste de menor a mayor: $|3|, -|4|, -2, 9$.

Diga el nombre de cada propiedad que se ilustra.

11. $(x + y) + 8 = x + (y + 8)$

12. $3x + 4y = 4y + 3x$

Evalúe cada expresión.

13. $\{6 - [7 - 3^2 \div (3^2 - 2 \cdot 3)]\}$

14. $2^4 + 4^2 \div 2^3 \cdot \sqrt{25} + 7$

15. $\dfrac{-3|4 - 8| \div 2 + 6}{-\sqrt{36} + 18 \div 3^2 + 4}$

16. $\dfrac{-6^2 + 3(4 - |6|) \div 6}{4 - (-3) + 12 \div 4 \cdot 5}$

17. Evalúe $-x^2 + 2xy + y^2$ cuando $x = 2$ y $y = 3$.

18. Bala de cañón Para celebrar el 4 de julio se dispara un cañón apuntado hacia arriba desde un fuerte desde donde, hacia abajo, se ve el océano. La altura, h, en pies, de la bala de cañón sobre el nivel del mar en cualquier instante t, en segundos, puede determinarse mediante la fórmula $h = -16t^2 + 120t + 200$. Determine la altura de la bala de cañón sobre el nivel del mar **a)** 1 segundo después que se disparó el cañón, **b)** 5 segundos después que se disparó el cañón.

Simplifique cada expresión y escriba la respuesta sin exponentes negativos.

19. 3^{-2}

20. $\left(\dfrac{4m^{-3}}{n^2}\right)^2$

21. $\dfrac{24a^2b^{-3}c^0}{30a^3b^2c^{-2}}$

22. $\left(\dfrac{-3x^3y^{-2}}{x^{-1}y^5}\right)^{-3}$

23. Convierta 389,000,000 a notación científica.

24. Simplifique $\dfrac{3.12 \times 10^6}{1.2 \times 10^{-2}}$ y escriba el número sin exponentes.

25. Población mundial

a) Se espera que en 2050 la población mundial sea de alrededor de 9.2 millones de personas. Escriba este número en notación científica.

b) La gráfica siguiente muestra la distribución esperada de la población mundial en 2050, para los tres grupos de edades 0−14, 15−64 y 65 y mayores. Utilice notación científica para determinar el número de personas en cada uno de estos grupos de edades en 2050.

Distribución esperada, por edades, de la población mundial