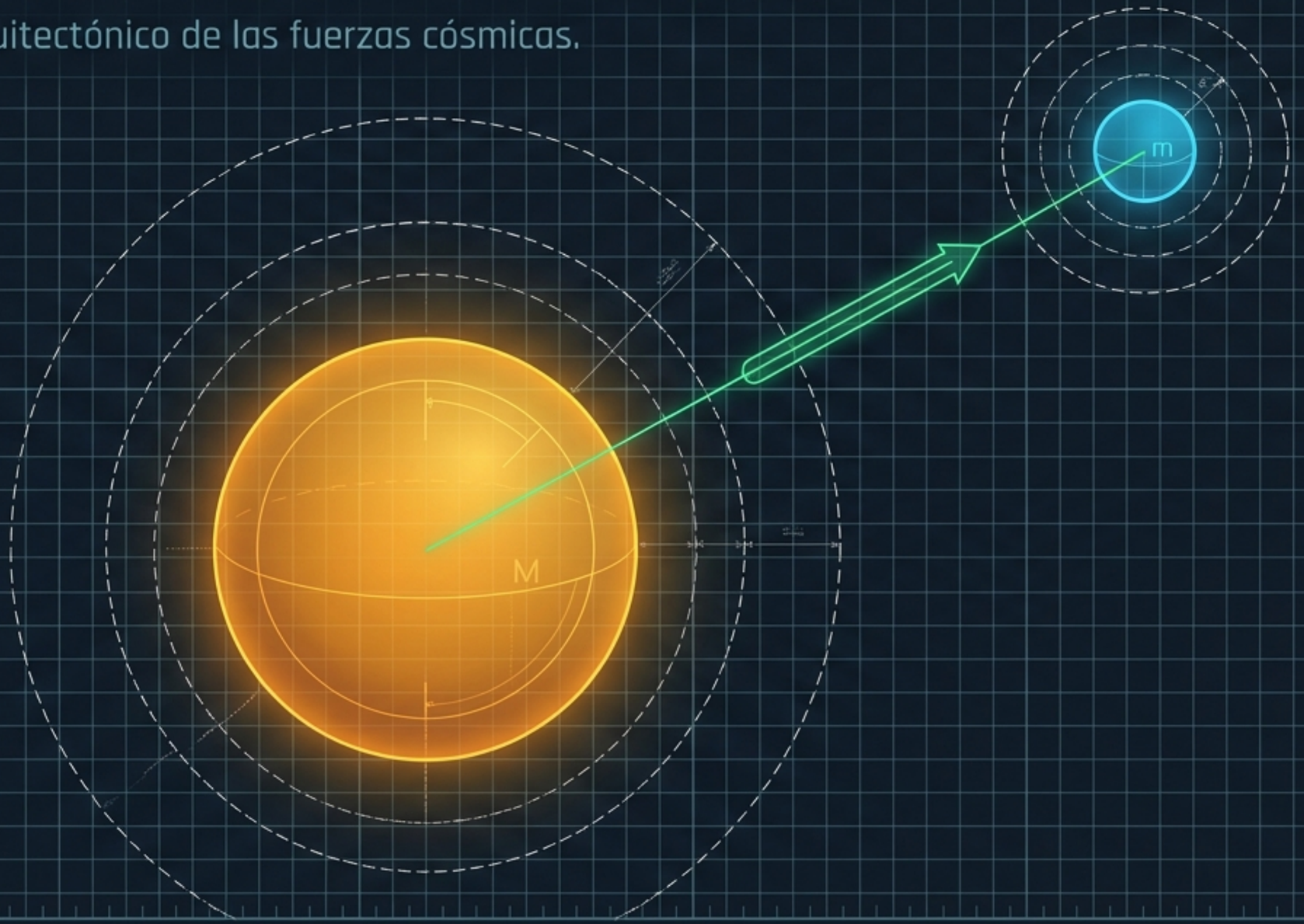
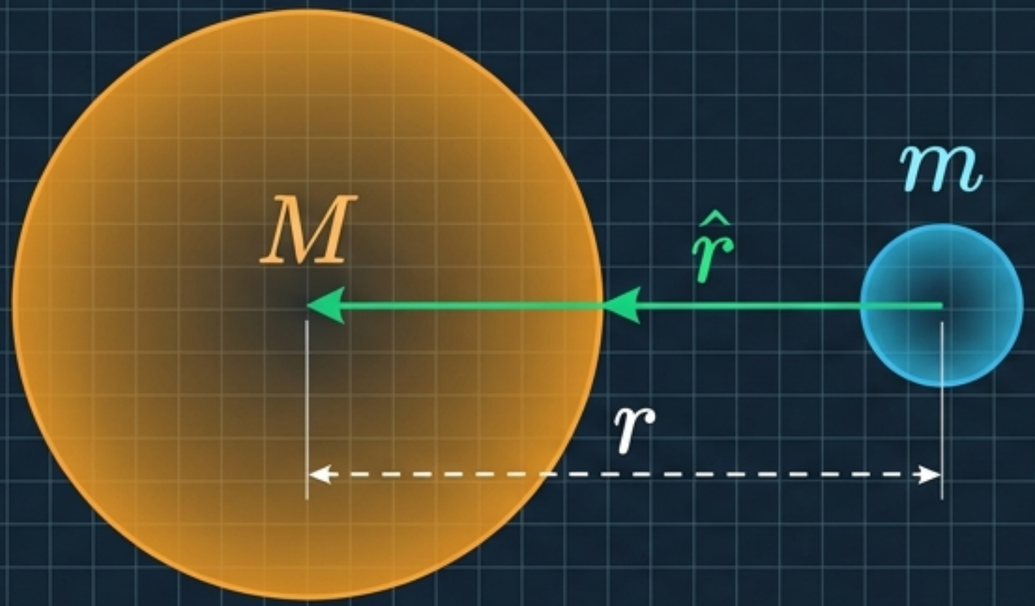
La Ley de la Gravitación Universal

El plano arquitectónico de las fuerzas cósmicas.



Gemini Notebook



El Principio Unificador del Universo

Toda masa en el universo atrae a cualquier otra masa.

Directamente proporcional

A mayor masa de los objetos, mayor será la fuerza de atracción.

Inversamente proporcional

A mayor distancia, la fuerza se debilita dramáticamente al cuadrado.

Vectorial

La fuerza siempre tiene una magnitud y una dirección de atracción mutua (indicada por el signo negativo en los modelos matemáticos).

Gemini Notebook

F (Fuerza gravitatoria)

En Newtons (N).
La magnitud de la atracción.

M y m (Masas)

En kilogramos (kg).
M (masa mayor), m (masa menor).

$$F = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

r^2 (Distancia al cuadrado)

En metros cuadrados (m²). Medida desde los centros de ambas masas.

El Código Base del Universo

G es la Constante de Gravitación Universal. Su valor es inmutable en todo el cosmos: 6.674×10^{-11} N·m²/kg²

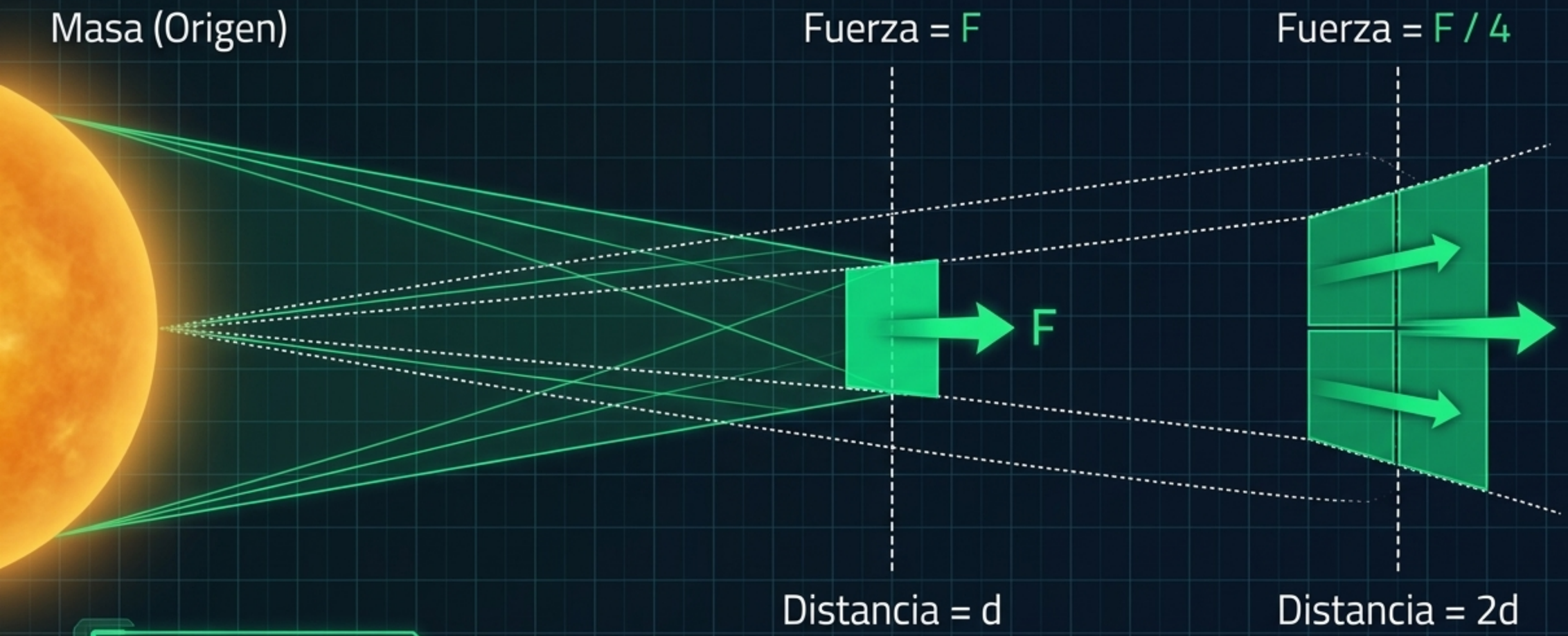
Gemini Notebook

Escalas de la Gravedad: Una Ley, Tres Realidades.

Fenómeno	Masa Central (Atractor)	Masa Menor (Atraído)	Dinámica Resultante
Caída de una manzana.	Planeta Tierra.	Manzana.	Caída lineal directa hacia el centro de la Tierra. 
Satélites Artificiales.	Planeta Tierra.	Satélite.	Caída constante equilibrada por su velocidad tangencial; orbita sin chocar. 
Sistema Solar.	El Sol.	Planetas.	Atracción perpetua que mantiene a los planetas atados a órbitas elípticas. 

Gemini Notebook

La Ley de la Inversa del Cuadrado (Análisis sin números)



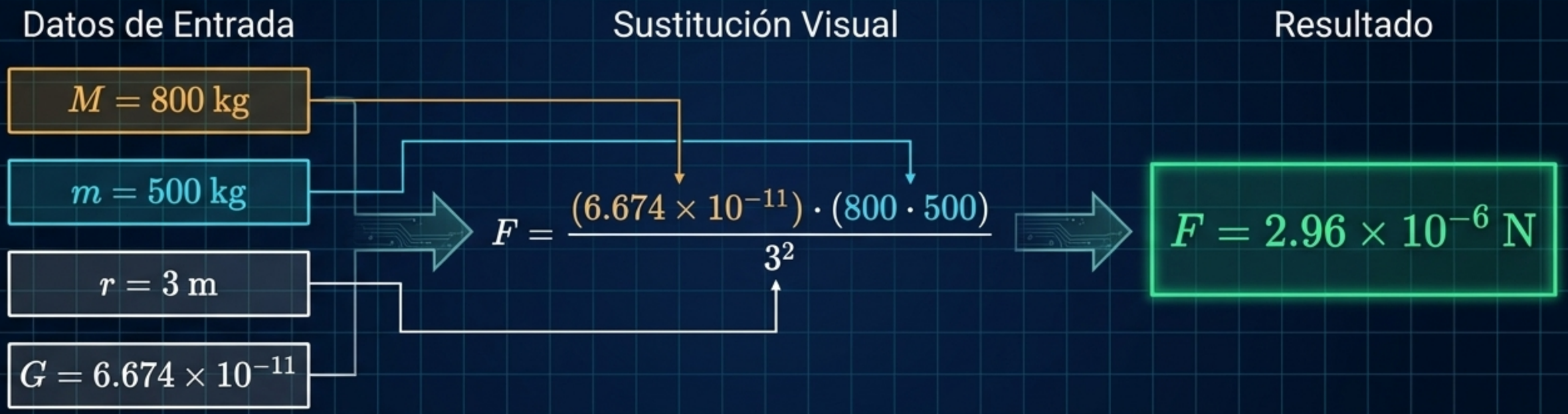
Takeaway Box

Si la distancia se incrementa al doble, la magnitud de la fuerza de atracción se reduce a la cuarta parte (1/4). El área sobre la que se distribuye la fuerza crece al cuadrado.

Gemini Notebook

Ruta de Resolución 1: Calculando la Fuerza de Atracción.

Escenario: Una masa de 800 kg y otra de 500 kg están separadas por 3 m. ¿Cuál es su fuerza de atracción?



Anatomía de las Unidades

Los kg^2 de las masas y los m^2 de la distancia cancelan el denominador de G, dejando la fuerza exactamente en Newtons (N).

$$\left(\frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\cancel{\text{kg}^2}}\right) \cdot \frac{\cancel{\text{kg}^2}}{\cancel{\text{m}^2}} = \text{N}$$

Gemini Notebook

Ruta de Resolución 2: El Arte del Despeje (Calculando Distancia).

Dos masas (6×10^{-2} kg y 7×10^{-3} kg) se atraen con una fuerza de 9×10^{-9} N. ¿A qué distancia se encuentran?

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$$

The Swap

$$R = \sqrt{\frac{G \cdot M \cdot m}{F}}$$

Inputs

$$M = 6 \times 10^{-2}\ \text{kg}$$
$$m = 7 \times 10^{-3}\ \text{kg}$$
$$F = 9 \times 10^{-9}\ \text{N}$$

Final Output

$$R = 1.76 \times 10^{-3}\ \text{m}$$

Gemini Notebook

De la Ley Universal a la Gravedad Terrestre (g).

Ley de Gravitación:

$$F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$$

Segunda Ley de Newton:

$$F_g = m \cdot a$$

$$G \cdot \frac{M \cdot \cancel{m}}{R^2} = \cancel{m} \cdot a$$

Cancelación de masas

$$g = G \cdot \frac{M}{R^2}$$

¿De dónde sale 9.81 m/s²?

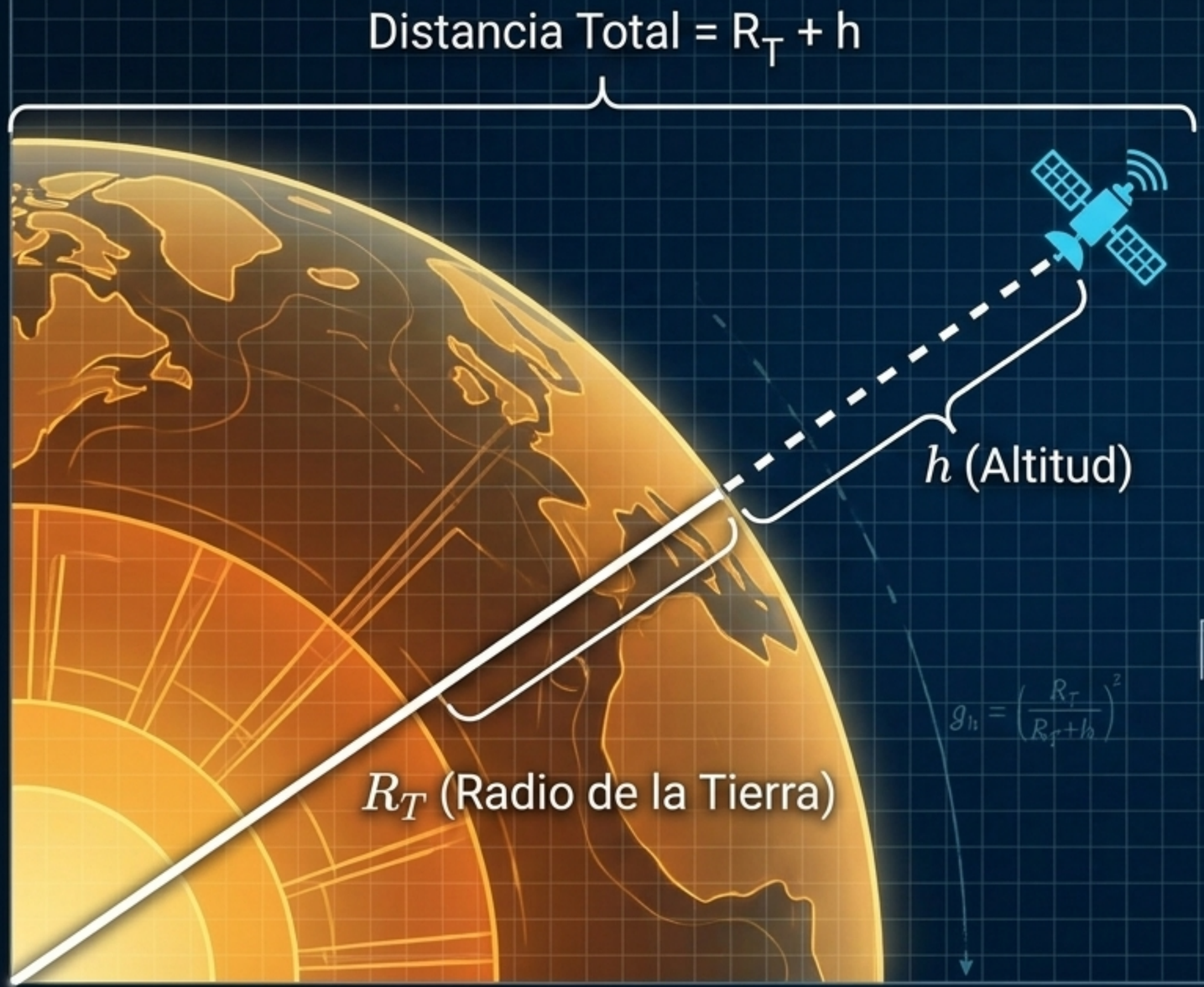
M (Masa Tierra)
= 5.98×10^{24} kg

R (Radio Tierra)
= 6,370 km
(convertido a metros)

Al sustituir estos valores fijos, obtenemos la constante local de nuestra gravedad.

Gemini Notebook

El Impacto de la Altitud: La Gravedad no es Fija.



$$g_h = g \cdot \left[\frac{R_T}{R_T + h} \right]^2$$

Key Concept Box:

A medida que nos alejamos de la superficie, el campo gravitacional disminuye. La distancia total ya no es solo el radio terrestre, sino el radio más la altura del objeto.

Gemini Notebook

Aplicación: La Gravedad en Órbita Baja (400 km).

¿Cuál es la aceleración de gravedad para un satélite a 400 km de altura?

Parameters

$$g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$$
$$R_T = 6{,}370\ \mathrm{km}$$
$$h = 400\ \mathrm{km}$$

The Equation

$$g_h = 9.81 \cdot \left[\frac{6370}{6370 + 400}\right]^2$$

$$g_h = 8.69\ \mathrm{m/s^2}$$

Eficiencia Matemática:
Al estar ambos valores al cuadrado en una división, la proporción (km / km) hace que las unidades se cancelen. No es necesario convertir a metros.

Gemini Notebook

Demostración Analítica: Cortar la Gravedad a la Mitad.

¿A qué altura (h) la gravedad se reduce exactamente a la mitad de la superficie (g/2)?

Paso 1: Igualación

$$\frac{g}{2} = g \cdot \left[\frac{R_T}{R_T + h}\right]^2$$

Paso 2: Raíz Cuadrada

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{R_T}{R_T + h}$$

Paso 3: Despeje Lineal

$$R_T + h = R_T \cdot \sqrt{2}$$

Paso 4: Factor Común

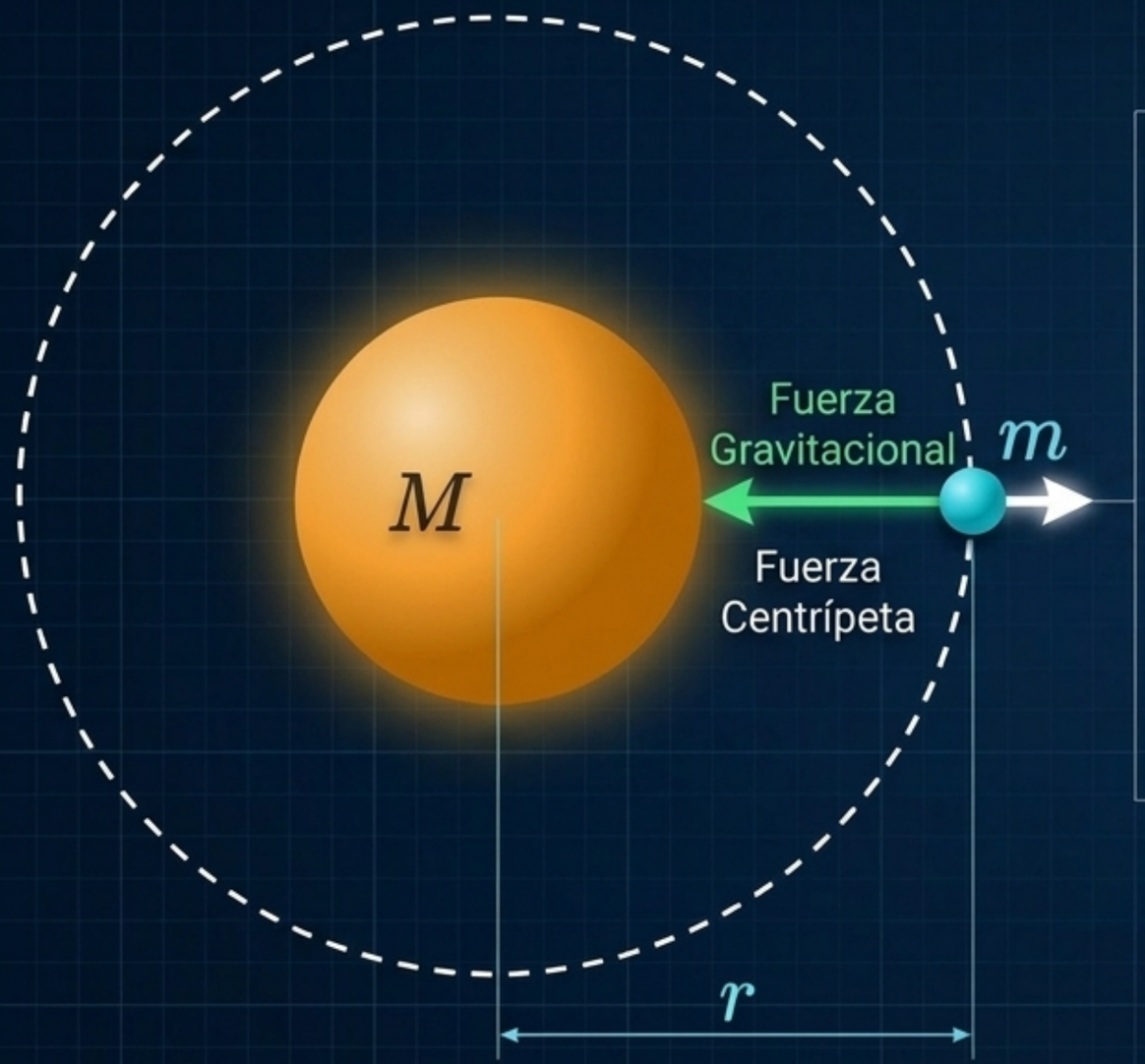
$$h = R_T\left(\sqrt{2} - 1\right)$$

Sustituyendo $R_T = 6{,}370\ \text{km}$ → Resultado: $h = \mathbf{2{,}638.5\ km}$

Insight: La gravedad se reduce a 4.9 m/s² recién a una altura equivalente a más del 40% del radio de la Tierra.

Gemini Notebook

Velocidad Orbital: El Equilibrio de Fuerzas.



Derivation Path

Paso 1: $F_{\text{gravitacional}} = F_{\text{centrípeta}}$

Paso 2:

$$G \cdot \frac{M \cdot \cancel{m}}{r^2} = \cancel{m} \cdot \frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Master Orbital Formula

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Nota: La distancia 'r' es desde el centro gravitacional (R_T + h). La masa del satélite no importa para calcular su velocidad orbital.

Gemini Notebook

Aplicación: Velocidad a 400 km de Altura

¿Qué velocidad debe llevar un satélite a 400 km sobre la superficie terrestre para mantenerse en órbita?

El Truco de Conversión

Sustituimos el prefijo “kilo” por $\times 10^3$ para pasar a metros instantáneamente y evitar errores.

$$r = (6370 \times 10^3) + (400 \times 10^3)$$

Resolution Path

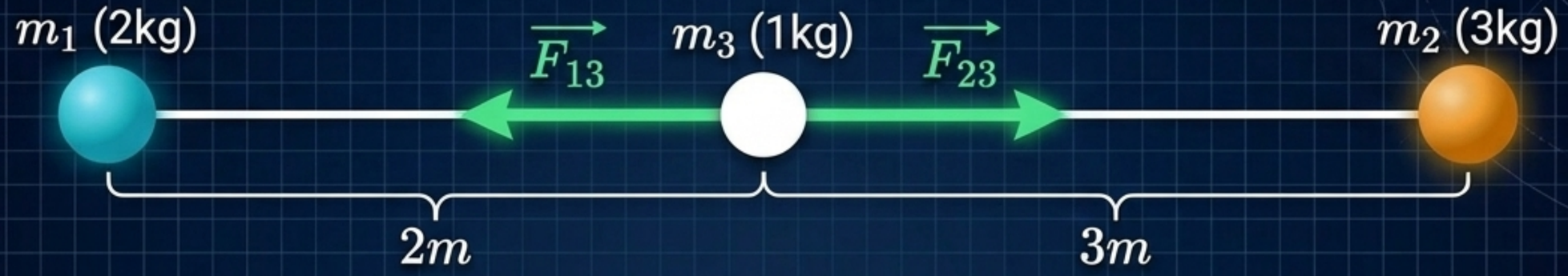
$$v = \sqrt{\frac{(6.67 \times 10^{-11}) \cdot (5.98 \times 10^{24})}{6370 \times 10^3 + 400 \times 10^3}}$$

Resultado Final: $v = 7{,}692.78$ m/s (casi 7.7 km/s).

Gemini Notebook

Sistemas de Masas y Superposición Vectorial.

Tres masas alineadas. m_1 (2kg), m_3 en el centro (1kg), y m_2 (3kg). ¿Hacia dónde y con qué fuerza es atraída m_3?



Equation Builder

$$F_{\text{Resultante}} = F_{23} - F_{13}$$

$$F_R = G \cdot m_3 \cdot \left[\frac{m_2}{r_{23}^2} - \frac{m_1}{r_{13}^2} \right]$$

Insight Result Box

$$F_R = -1.11 \times 10^{-11}\ \text{N}$$

Conclusión: El signo negativo indica que m_3 se mueve hacia la izquierda. Aunque m_1 tiene menor masa que m_2, está más cerca (2m vs 3m). ¡La cercanía vence a la masa!

Gemini Notebook

Formulario Maestro: El Plano Cósmico (Cheat Sheet)

Constantes y Datos Terrestres

$$G = 6.674 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

Masa Tierra (M_T)
$= 5.98 \times 10^{24}\ \text{kg}$

Radio Tierra (R_T)
$= 6{,}370\ \text{km}$
$= 6.37 \times 10^{6}\ \text{m}$

Gravedad (g)
$= 9.81\ \text{m/s}^2$

Fórmulas Clave

Fuerza Gravitatoria:

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

Gravedad por Altura:

$$g_h = g \cdot \left[\frac{R_T}{R_T + h}\right]^2$$

Velocidad Orbital:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R_T + h}}$$

Reglas de Oro (Análisis)

1. La **fuerza** es proporcional al **producto** de las **masas**.

2. La **fuerza** decrece con el **cuadrado** de la **distancia**.

3. **Superposición**: Para masas en línea, calcular **vectores** por separado y sumar/restar según dirección.

Gemini Notebook